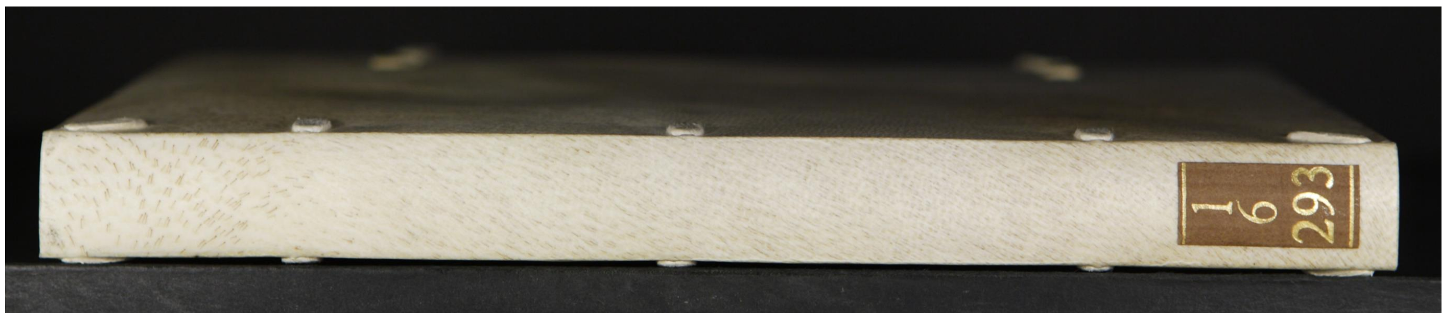
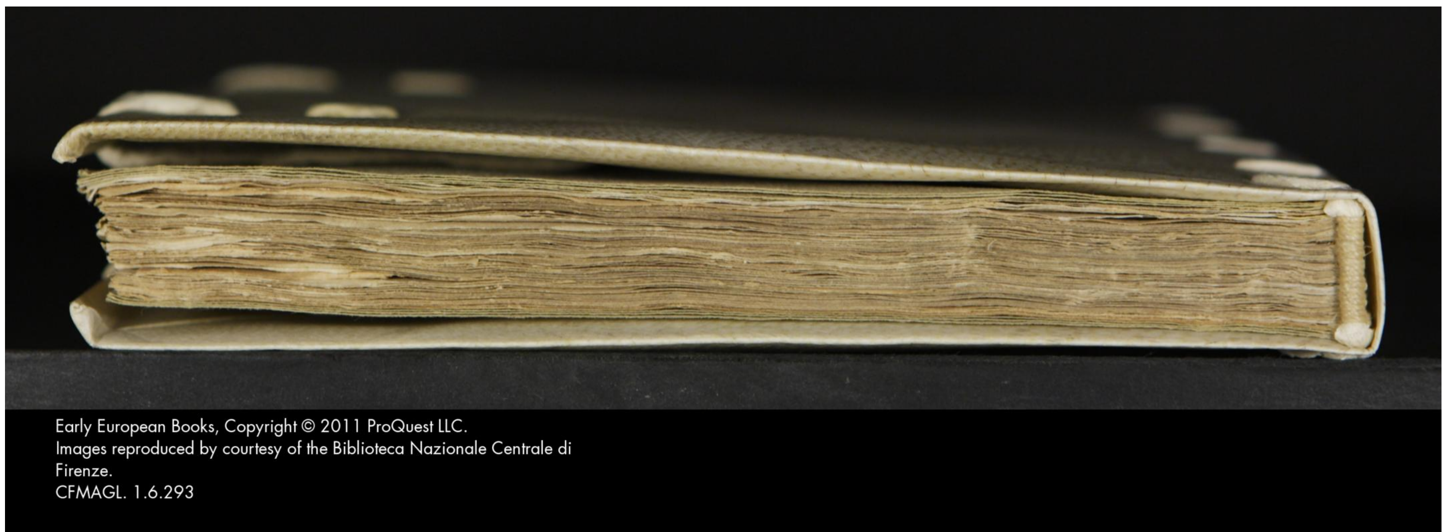



1
6
293











XI

EVCL



ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΔΕΔΟΜΕΝΑ.

ΚΑΙ

ΜΑΡΙΝΟΥ ΦΙΛΟΣΟΦΟΥ ΕΙΣ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑ.

EVCLIDIS DATA.

OPVS AD VETERVM GEOMETRIÆ Autorum Archimedis, Apollonij, Pappi, Eutocij, cæterorúmque non modo lectionem, sed ad Geometricæ quoque Analyseos instaurationem planè necessarium, & à multis diu desideratum.

CLAVDIVS HARDY SEBAST. FIL. in supremâ Parisiensi Curiâ Aduocatus, è Regis Christianißimi Bibliothecâ Græcè nunc primùm edidit, Latinè vertit, scholijsq; illustrauit.

Adiectus est ex eadem Bibliothecâ

MARINI PHILOSOPHI

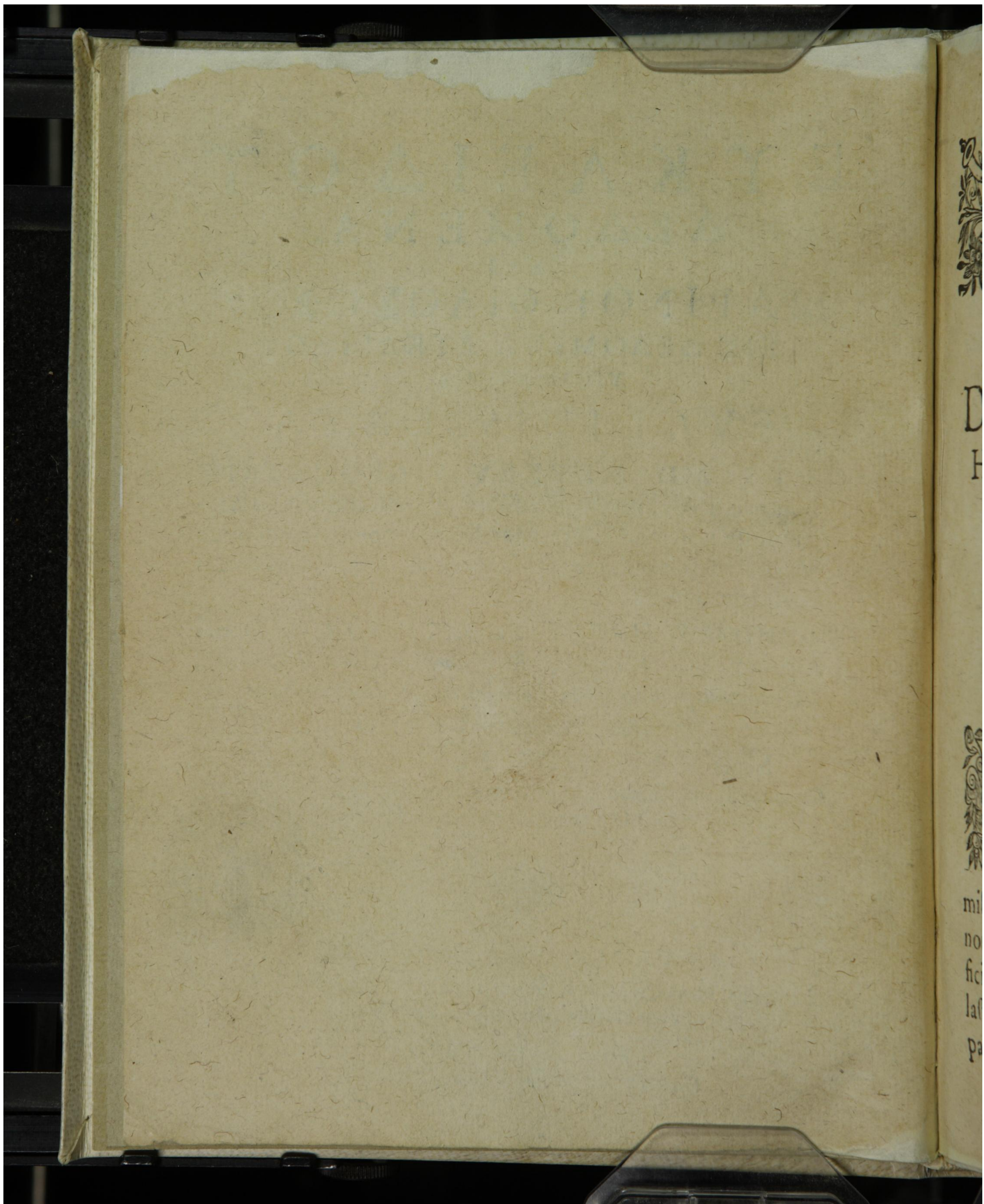
Commentarius Græcè & Latinè, quo Dati natura, Datorúmque Euclideorum vtilitates explicantur.





LVTETIÆ PARISIORVM,
Impensis MELCHIORIS MONDIERE, in insulæ Palatinæ vico Harlæo, ad insigne Viperarum.

Anno cIↄ Iↄc XXV.
Cum Priuilegio Regis Christianißimi.





CLARISSIMO VIRO D. SEBASTIANO HARDY, APVD COENOMANOS VECTIGALIVM QVÆSTORI, PATRI SVO COLENDISSIMO CLAVDIVS FILIVS.

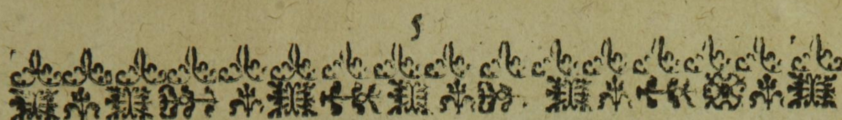
Εὐπράττειν καὶ εὖ ὑγιαίνειν.



FACEREM ſanequam imprudenter, ſi huic operi in vulgus prodituro (*Pater colendiſsime*) alium quam te patronum deligerẽ, cum præſertim ſi quid in eo vendicare mihi poſſum, totum illud tuum ſit, quòd ego non naſcendi modo lege ſim tuus, ſed & iis beneficiis quoque, quibus me longè latéque cumulaſti, quæ cum tanta ſint, vt quicquid optare à parente optimo meique ſtudioſiſſimo potui, il-

lud à te omne acceperim, certe partes meæ sunt, si nihil aliud queam, agnoscere saltem quantum tibi debeo. Quamobrem patiare in officij significationem offerri tibi à me, studiorum hunc fructum, quem post crebras amicorum adhortationes eo confidentiùs in lucem exire posse mihi persuasi, quod animi, atque obseruantiæ in te meæ futurum testem, eoque vel solùm nomine fauoris aliquid consecuturum speraui. Vale. Kalendis Ianuariis Anni cIↄ Iↄc XXV.





LECTORI BENEVOLO.

DATORVM *librum, quem Euclidis esse qui Elementa Geometrica scripsit testantur Pappus initio libri 7. & Marinus Procli, vt aliquibus video placuisse, discipulus, & successor, Græcè Latinéque habes (Lector Beneuole) opus tum ad analysim Geometricam, tum ad antiquos illos præstantißimósque Geometras, Archimedem, Apollonium, Pappum, Eutocium cæterósque intelligendos tum ad* ἀναλυομένου τόπου *instauratione planè necessarium. Certe quod ad analysim attinet, quantum ad eam momēti habeat hæc datorum tractatio, vel ex eo manifestißimum esse potest quod analysis aliud nihil sit, quam inuentio Dati: siquidem vt inquit Pappus loco citato, in resolutione id quod quæritur tanquam factum ponentes, quid ex eo contingat consideramus, & rursus illius antecedens, quousque ita progredientes incidamus in aliquid, quod fieri compararique poßit, & hoc Mathematici vocant Datum: inde ingentis illius quæ ad antiquos autores deriuatur vtilitatis origo, quod illi quæcunque inuenere problemata* ἀναλελυμένα, *siue resoluta reliquerint, atque ob eam causam in eorum quæ supersunt scriptis huius doctrinæ vestigia propemodum infinita liceat agnoscere. Quantum autem ad* ἀναλυομένου τόπου *instaurationem condūcat hic liber testes esse locupletißimi possunt supra laudati Pappus & Marinus, quorum hic* περὶ τὸν ἀναλυόμενον λεγόμενον τόπον ἀναγκαιοτάτην εἶναι τὴν δὲ τῶν δεδομένων γνῶσιν, *ad resolutum dictum locum maxime necessariā esse horum datorum cognitionem indubitanter pronunciat: ille*

inter libros ad ἀναλυόμενου τόπον necessarios huic operi primum locum tribuit, cui illustrando post Pappum ipsum, qui in eum commentarium scripsit, operam nauauerunt suam, Franciscus Maurolycus, Federicus Commandinus, Iosephus Auria Neapolitanus, quos viros etsi vt præstantißimos artifices decuit, nihil nisi eximium reliquisse existimandum est, illorum tamen labores, tamdiu priuatorum quorumdam ambitiosâ siue inuidiâ siue incuriâ publicis vsibus subtrahi sæpe contigit admirari. Quod ad me attinet, vtilitate atque dignitate libri permotus, de Bartholomæi Zamberti antiqua versione ad Græcos codices emendandâ cœpi cogitare, quod cum aggressus essem nouam interpretationem cudere, quam veterem recensere facilius esse multo comperi, quare ad eam exarandam animum eo appuli libentiùs, quo magis in eo quod antea susceperam modestiam meã requiri intellexi, siquidem aliud agere nihil videbar quam in eius viri diligentiam seueriùs ac fortasse odiosiùs inquirere, qui de hoc studiorum genere quam optimè meritus esset, vel eo nomine solùm, quod Euclidis opera omnia quæ Græce extabant, primus Latinitate donauerit: etsi eam rem non ita fœliciter perfecerit, quin in eo vt Græcæ linguæ peritiam commendet Maurolycus, Geometriæ tamen cognitionem paulo maiorẽ desiderare videatur. Præterea versabantur ante oculos Federici Commandini, Iosephi Auriæ, Ioannis Penæ, & aliorum plurimorum exempla, qui non paucorum librorum, etsi eos antea Zambertus, Georgius Valla, Ludouicus Memus, Iacobus Cremonensis interpretandos susceperant, nouas versiones nihilosecius ediderunt. Quamobrem illorum mihi vestigiis & honeste & tuto inhærendum esse iudicaui Superesset vt de iis quæ à me hac editione præstita sunt commonerem, quod facerem pluribus, si res exigeret, hoc vnum dicam, ne penitus officium videar ne-

glexiſſe, præter Græcum Latinúmque textum coniunctim editum, multis in locis græca reſtituta fuiſſe, de quibus cum nihil eſſet dubij ſilendum eſſe idcirco putaui, quod in eo facti mei rationem reddere ſuperuacaneum exiſtimarem. Obſcurioribus locis adhibita ſunt ſcholia, præter ea quæ à veteri ſcholiaſte relicta Zambertus è Græco vertit. Prolixis ornare commentariis quanquam promptum erat, abſtinui tamen, quod hoc ab Elementari inſtitutione, qualis hoc libro comprehenditur, quæque ſimpliciſſima eſſe debet, nulliſque ambagibus inuoluta, prorſus alienum ſemper apud me reputaſſem. Inſtitutum in hoc toto labore ſeu votum meum fuit, Deo ita bene fauente, prodeſſe tuis ſtudiis quantum ego poſſem, certe vtcumq; res ceciderit, voluntatem eam mihi fuiſſe, factis ipſis non pigebit oſtēdiſſe. VALE.

PRIVILEGE.



OVYS par la grace de Dieu, Roy de France & de Nauarre, A nos amez & feaux les gens tenans nos Cours de Parlemēt de Paris, Thoulouze, Roüen, Bordeaux, Dijon, Aix, Grenoble & Bretagne, Baillifs, Preuoſts & Seneſchaux deſdits lieux, & à tous nos autres officiers, Salut. Receu auons l'humble ſupplication de noſtre bien amé MELCHIOR MONDIERE, Libraire en noſtre Vniuerſité de Paris, Diſant quil a recouuré vn liure intitulé, *Euclidis Data, & Marini Philoſophi in Data Euclidis commentarius Græcè & Latinè. Per Claudium Hardy nunc primùm edita.* Lequel ledit ſuppliant deſireroit Imprimer, ou faire Imprimer, meſmes en langue Françoiſe, ſelon la verſion qu'il en fera faire: Mais il doute qu'autres Libraires & Imprimeurs que luy ne vouluſſent faire le ſemblable, & par ce moyen le fruſtrer des grands fraiz & deſpences qu'il luy conuient faire, tant à cauſe des diuers chiffres & characteres, que grand nombre de figures qu'il luy a conuenu faire fondre & grauer, ſouz ombre de quelque particuliere adition, verſion, & traduction, ou autre couleur dont ils pourroient prendre pretexte, au grand preiudice dudit expoſant, ſi par nous ne luy eſtoit pourueu, & permis iceluy Imprimer. A CES CAVSES, deſirant iceluy expoſant n'eſtre fru-

ſtré de ſes labeurs fraiz & deſpenſes, luy auons par ces preſentes permis & permettons pouuoir Imprimer, ou faire Imprimer, & mettre en lumiere, vendre & diſtribuer par tout noſtre Royaume, & terres de noſtre obeiſſance, ledit liure & verſion d'iceluy en François, tant conioinctement que ſeparément, en toutes les formes & marges qu'il verra bon eſtre. Faiſant tres expreſſes inhibitions & defenſes à tous autres, de quelque qualité & condition qu'ils ſoient, ou puiſſent eſtre, d'Imprimer, ou faire Imprimer, vendre & diſtribuer ledit liure, ny meſmes ſouz pretexte de quelque verſion & traduction, addition, changement, ou quelque autre forme & déguiſement que l'on voudroit prendre & y apporter, en quelque maniere que ce ſoit, en Grec, Latin, ny François, ſinon de ceux qui auront eſté imprimez & ſeront faits par ledit Mondiere, & de ſon conſentement, pour le temps & eſpace de ſix ans entiers, à compter du iour que ledit liure aura eſté acheué d'imprimer en Grec Latin ou François. Declarant dès à preſent, comme pour lors, tous les autres exemplaires de quelque ſorte & maniere qu'ils ſoient, ou puiſſent eſtre, acquis & confiſquez audit Mondiere, qu'il pourra faire ſaiſir par officiers de Iuſtice, en quelques lieux qu'ils puiſſent eſtre trouuez, nonobſtant oppoſitions ou appellations quelconques, & ſans preiudice d'icelles. Voulans en outre que les contreuenans ſoient condamnez aux dommages & intereſts dudit Mondiere, & de mil liures d'amende, applicable vn tiers à nous, vn tiers au denonciateur, & l'autre tiers audit ſuppliant, ſans aucune diminution contre les contreuenans & infracteurs de noſtre vouloir & intention. Si vous mandons, & à chacun de vous commettons endroit ſoy, ſi cõmme à luy appartiendra, que de noſtre preſent Priuilege, & de tout le contenu en iceluy, vous faites & ſouffriez iceluy ſuppliant ioüir plainement & paiſiblement, enſemble ceux qui aurõt droict de luy, & à ce faire ſouffrir & obeïr, contraigniez tous ceux qui pour ce ſeront à contraindre, par toutes voyes deuës & raiſonnables, & par les peines ſuſdites. Et en mettant par ledit ſuppliant au commencement, ou à la fin dudit liure, le contenu ou l'extraict du preſent Priuilege, Voulons qu'il ſoit tenu pour deuëment ſignifié. Et à la charge qu'iceluy Mondiere mettra deux exemplaires dudit liure en blanc dans noſtre Bibliotheque, à peine de deſcheance du fruict du preſent Priuilege. Et d'autant que le ſuppliant pourra auoir affaire des preſentes en pluſieurs & diuers endroicts, Nous voulons qu'au vidimus d'icelles fait ſouz ſeel Royal, ou par l'vn de nos amez & feaux Conſeillers, Notaires & Secretaires, foy ſoit adiouſtée comme au preſent original. Car tel eſt noſtre plaiſir. Donné à Sainct Germain le premier iour d'Aouſt l'an de grace mil ſix cens vingt quatre, & de noſtre regne le quinzieſme.

Par le Roy en ſon Conſeil,

Signé, LE NORMANT.

MAPINOY



ΜΑΡΙΝΟΥ ΦΙΛΟΣΟΦΟΥ ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΕΙΣ ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ Εὐκλείδου.

MARINI PHILOSOPHI IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS, COMMENTARIVS.

ΠΡΩΤΟΝ δεῖ θέσθαι τί τὸ δεδομένον, ἔπειτα τί τὸ χρήσιμον τῆς περὶ τούτου πραγματείας εἰπεῖν, καὶ τρίτον ὑπὸ τίνα ἐπιστήμην ἀνάγεται.

Ορίζονται δὲ, τὸ δεδομένον πολλαχῶς, καὶ ἄλλως μὲν οἱ παλαιότεροι, ἄλλως δὲ οἱ, νεώτεροι, διὸ καὶ συνέβη χαλεπὴν εἶναι τὴν ἀληθῆ περὶ αὐτοῦ ἀπόδοσιν. Ἔνιοι μὲν γὰρ οὐδ' ὁρισμόν τινα αὐτοῦ

IMPRIMIS quid sit *datũ* statuere necesse est, tum demũ institutæ de *dato* tractationis vtilitates recẽsere, tertiò dicere ad quã scientiam ea tractatio reuocetur.

Datum porro multipliciter definitur, atq; aliter quidem à veteribus, aliter autẽ à recentioribus, quâ ratione factum est, vt aliquid de illo proferre, quod verum sit, difficile videatur. Quidam enim

dati, nullam definitionem attulerunt, sed potius proprietatē aliquam studiosè rimati sunt, aliqui autem coniungētes & commiscentes ea quæ ab aliis prius dicta fuerant, definire datum voluerūt, sed neque sibi ipsis consentaneè admodum: Etsi omnes in eo conuenire visi sunt, vt id quod comprehensum esset, *datum* esse supponerent. Quamobrem eorum qui simplicius & per aliquā differentiam *datum* describere studuerunt, alij quidem id quod *ordinatum* est *datum* esse existimauerūt, vt Apollonius in tractatu de inclinationibus, & in vniuersali tractatu; alij autē quod *cognitum* est, quemadmodum Diodorus: Etenim eā ratione & angulos dari dicit & omne quod in cognitionem aliquam venit etiamsi *effabile* non sit. Alij autē *effabile*, illud ipsum esse crediderunt, quemadmodum voluisse videtur Ptolemæus, qui illa vocat *data*, quorum mensura nota est, vel penitùs, vel ad verū proximè. Quidam etiam id quod in *hypothesi* à *proponente concessum est*, *datum*, esse putauerunt, quippe qui datum punctum aliter accipiant in prioribus elementis, quàm datam rectam, hoc est ac si quis quantitatem rectæ daret ac determinaret. Quæ quidē omnia *comprehensionem* quandā significare volūt, quamobrem ex his definitioni-

ἀποδεδώκασιν, ἴδιον δέ τι τοῦ δεδομένου εὑρίσκειν ἐπειράθησαν· Ἕτεροι δὲ συμπλέξαντες, ἤδη τὰ παρ' ἐκείνων λεγόμενα, ὁρίζεσθαι αὐτὸ ἐπεχείρησαν, καὶ οὐδὲ οὗτοι συμφώνως ἑαυτοῖς. Ἐοίκασι δὲ πάντες, ἐκ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς ἐννοίας, καὶ ὑπολείψεως ὁρμηθέντες, λέγειν τι περὶ αὐτοῦ. Καταληπτὸν γάρ τι, τὸ δεδομένον εἶναι ὑπέλαβον. διὸ τῶν ἁπλουστέρως καὶ μιᾷ τινι διαφορᾷ περιγράφειν τὸ δεδομένον προθεμένων, οἱ μὲν τεταγμένον ὡς Ἀπολλώνιος, ἐν τῇ περὶ νεύσεων, καὶ ἐν τῇ καθόλου πραγματείᾳ, οἱ δὲ γνώριμον, ὡς Διόδωρος, οὕτω γὰρ τὰς εὐθείας καὶ τὰς γωνίας δεδόσθαι λέγει, καὶ πᾶν τὸ εἰς γνῶσίν τινα ἐλθὸν, καὶ εἰ μὴ ῥητὸν εἴη. Ἔνιοι δὲ ῥητὸν αὐτὸ εἶναι ἀπεφήναντο, ὥσπερ δοκεῖ ὁ Πτολεμαῖος, δεδομένα ἐκεῖνα προσαγορεύων, ὧν τὸ μέτρον ἐστὶ γνώριμον, ἢ πρὸς ἀκρίβειαν, ἢ καὶ τὸ σύνεγγυς. Καὶ τὸ ἐν ὑποθέσει δὲ παρὰ τοῦ προβάλλοντος προτεθεμένον, δεδομένον εἶναί τινες ὑπειλήφασιν. Λέγουσι δὲ καὶ ἄλλον τρόπον ἐν ταῖς πρώταις στοιχειώσεσι τὸ δοθὲν, καὶ τὴν δοθεῖσαν, τουτέστιν ἡλίκην ἄν τις ἀφορίσῃ καὶ δῷ εὐθεῖαν. Ταῦτα δὲ πάντα κατάληψίν τινα βούλεται σημειοῦσθαι. ὅθεν καὶ μάλιστα τῶν

ὅρων ἐκεῖνοι εὐδοκιμοῦσιν, ὅσοι μάλιστα τὸ καταληπτὸν ἐμφανίζουσιν, ὡς προϊοῦσιν ἡμῖν ἔσται καταφανές.

Νυνὶ δὲ καὶ τῶν μὴ μόνων, ψιλῶν καὶ ἔτι χαρακτηριζόντων τὴν τοῦ δεδομένου φύσιν, οἷον δ᾽ ὁρισμὸν αὐτοῦ ποιούντων, τὰς διαφορὰς αὐτῶν ἐκδώμεθα, συγκεφαλαιουμένοις δὲ καὶ τούτων οἱ τρόποι εὐαρίθμητοι γίγνονται. οἱ μὲν γὰρ τεταγμένον καὶ πόριμον τὸ δεδομένον εἶναι ἀφορίσαντο. Ἕτεροι δὲ τὸ τεταγμένον ἅμα καὶ γνώριμον, τινὲς δὲ τὸ τεταγμένον ἅμα καὶ πόριμον. φαίνονται δὲ καὶ οὗτοι πάντες πρὸς τὴν κατάληψιν, ἤτοι λῆψιν, καὶ εὕρεσιν τοῦ δεδομένου ἀφεωρακότες, τὸν εἰρημένον τρόπον ὁρίζεσθαι. ἵνα δὲ ταύτην τε αὐτῶν τὴν ἔννοιαν καταδησώμεθα, ἔτι γε μὴν καὶ τὸν ἀληθῆ τοῦ προκειμένου ὅρον ἐκ πολλῶν τῶν παραδεδομένων ἕλωμεν, ἐπισκεπτέον πρότερον ἑκάστου τῶν ἁπλῶν, τὸ σημαινόμενον, καὶ τῶν τούτοις ἀντικειμένων. Τοῦτε ἀτάκτου λέγω, καὶ ἀγνώστου καὶ ἀπόρου, καὶ ἀλόγου· καὶ ἐπὶ τὴν ἐνεστῶσαν γεωμετρικὴν ὕλην ἐπεκτείνεται γὰρ τὰ τοιαῦτα, καὶ ἐπὶ τὰ φυσικὰ πράγματα, καὶ ἄλλας δὲ μαθηματικὰς ἐπιστήμας.

Ὑπογράφουσιν τοίνυν τὸ τεταγμένον, τὸ ἀεὶ ταὐτὸ σωζόμενον καθ᾽ ὃ τετάχθαι λέγεται, ἤτοι κατὰ μέ-

bus illæ maxime placent, quotquot *comprehensionem* euidentius manifestant quemadmodum à nobis in sequentibus ostendetur.

Iam vero eorum qui pauci nō sunt, quique tenui & vnico quopiam dati naturam circumscribentes, talem qualem illius definitionem proferūt diuersas sententias afferamus. Etenim recapitulantes facillimè horum omnium differētias enumerare possumus. Alij enim id quod *ordinatum* & *porimum* est, datum esse definiuerunt, alij autem id quod *ordinatum* est simul, & *cognitum*, alij autem quod *porimum* est simul & *cognitum*, quamobrem videntur illi omnes ad *comprehensionem* aut *sumptionem* & *inuentionem* dati respicientes ita definiuisse. Atque vt hanc illorum sententiam percipiamus plenius & insuper & multorum dictis veram propositi definitionem eruamus, considerabimus primùm singulorum simpliciū & incomplexorum nec non oppositorū terminorū significationē, *inordinati*, in quā & *incogniti*, & *apori*, & *irrationalis*, siquidem ea pertinēt ad hanc materiā geometricam, & ad res naturales, nec nō mathematicas disciplinas.

Itaque *ordinatum* describitur id quod sēper obseruat id, per quod dicitur ordinari, siue quoad ma-

gnitudinem, siue quoad speciem, siue quoad aliud quidpiã eiusmodi. Aliter item definitur quod aliter fieri non potest, sed solummodo definitum aliquem locum sortitur, quemadmodũ, vt exempli gratiâ dicam, per data duo puncta recta dicitur ordinari, quod aliter multipliciterq; non agatur. *Inordinatus*, autem per duo puncta dicitur angulus, multipliciter enim variabiliterq; constituitur, maiori minoríve circulo in infinitum per duo puncta descripto. E conuerso per tria pũcta angulus dicitur *ordinatus*: quemadmodũ ista quoque *ordinata* esse dicuntur, super datã rectâ triangulum æquilaterũ constituere, non enim aliter dicitur, sed ad vtramque lineæ extremitatem, inuariabiliter: Et datam rectam datâ ratione secare, solummodo enim fieri potest ad alterã partẽ bisectionis. *Inordinata* sunt ea quæ ijs opposito modo se habent, vt scalenum triangulũ construere, & rectam lineam indefinite secare. Illud autẽ per quod ordinatur problema, in determinatione proponitur, quandoquidem potest aliquid vnũ quod *ordinatum* sit, aliquatenus quidem ordinatum, aliquatenus autem inordinatum esse, quemadmodũ Isopleurum triangulũ, quatenus Isopleurũ est *ordinatum* est, magnitudine autẽ omnino non definitur.

γεθος, ἢ εἶδος, ἢ ἄλλο τι τῶν τοιούτων, ἢ καὶ ἑτέρως, ὅπερ μὴ ἐνδέχεται ἄλλως γίγνεσθαι, ἀλλὰ μοναχῶς ἐν ἀφορισμένῳ τινὶ τόπῳ, οἷον ὡς τύπῳ εἰπεῖν, ἡ διὰ δύο σημείων ἐστηκότων γραφομένη εὐθεῖα τετάχθαι λέγεται, διὰ τὸ μὴ ἄλλως καὶ ἀστάτως ἄγεσθαι. Ατακτος δέ ἐστιν ἡ διὰ δυοῖν γωνία, πολλαχῶς γὰρ καὶ ἀστάτως γράφεται, καὶ μείζονος καὶ ἐλάττονος κύκλου ἐπ' ἄπειρον γραφομένου διὰ τῶν δύο σημείων. πάλιν δὲ τεταγμένη κατὰ διὰ τριῶν σημείων γωνία· ἐστὶ δὲ καὶ τὰ τοιαῦτα τῶν τεταγμένων ὡς τὸ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας ἰσόπλευρον τρίγωνον συστήσασθαι. οὐ γὰρ καὶ διχῶς λέγεται, ἀλλὰ καθ' ἑκάτερον μέρος τῆς εὐθείας μοναχῶς ἀμεταπτώτως, καὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν μοναχῶς, γὰρ ἂν καὶ τοῦτο γένοιτο ἐπὶ θ' ἅτερα τῆς διχοτομίας. Ατακτα δὲ ἐστὶ τὰ τούτοις ἀντικειμένως ἔχοντα, ὡς τὸ σκαληνὸν συστήσασθαι, καὶ τὴν εὐθεῖαν ἀορίστως τεμεῖν, περιέχεται δὲ τῷ ὅρῳ τὸ καθ' ὃ τέτακται. Ἐπεὶ δύναταί τι ἓν καὶ τοιοῦτον πῇ μὲν τεταγμένον, ἄλλως δ' ἄτακτον εἶναι, οἷον τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον ᾗ μὲν ἰσόπλευρόν ἐστι τέτακται, μεγέθει δ' οὐχ ὥρισται πάντως.

Γνώριμον δέ ἐστιν τὸ γιγνωσκόμενον ὡς τὸ δῆλον ἡμῖν, καὶ καταλαμβανόμενον. Ἄγνωστον δὲ τὸ μὴ γιγνωσκόμενον, μηδὲ καταλαμβανόμενον ὑφ' ἡμῶν. οἷον τὸ μῆκος τῆς ὁδοῦ γνώριμον εἶναι λέγεται, ὅταν πόσων ἐστὶν σταδίων γιγνώσκεται; καὶ τριγώνου ὅτι τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, καὶ ὅτι ἡ ἐκ δύοιν ὀνομάτων ἄλογόν ἐστιν· ἔτι μὴν τὰ τοῖα δὲ γνώριμα λέγεται ὡς τὸ μίαν εἶναι τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἕλικος ἀπὸ τοῦ ἐκτὸς δοθέντος σημείου, ἐπὶ θάτερα μέρη. εἰ γὰρ ἄλλη εἴη, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν, ὅπερ ἀδύνατον. ἄγνωστα οὐ τὰ ἄλογά ἐστιν, ἀλλὰ τὰ μὴ γνωσκόμενα μηδὲ καταλαμβανόμενα ἀφ' ἡμῶν.

Πόριμον δέ ἐστιν ὃ δυνατοί ἐσμεν ἤδη ποιῆσαι, καὶ κατασκευάσαι, τουτέστιν εἰς ἐπίνοιαν ἀγαγεῖν. Ἄλλως δὲ πάλιν ὁρίζονται τὸ πόριμον, ἤτοι τὸ δι' ἀποδείξεως πορίζόμενον, ἢ ὃ τάν τι φαινόμενον ἢ καὶ χωρὶς ἀποδείξεως. οἷον τὸ κέντρῳ, καὶ διαστήματι κύκλον γράψαι, καὶ τὸ τρίγωνον συστήσασθαι, οὐ μόνον ἰσόπλευρον, ἀλλὰ καὶ σκαληνόν. καὶ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων εὑρεῖν, καὶ εὐθείας ῥητὰς, δυνάμει μόνον συμμέτρους εὑρεῖν, καὶ τὰ ἀπειραχῶς γιγνώμενα. πόρισμά ἐστιν ὥσπερ τὸ διὰ δύο σημείων κύκλον γράψαι.

Cognitum autem dicitur id quod notum eſt, vt clarum & comprehenſum à nobis. *Incognitum* item eſt quod minimè notum eſt, atque comprehenſum à nobis, vt longitudo itineris cognita vocatur, quãdo quot ſit ſtadiorum cognoſcitur. Itẽ quod trianguli tres anguli duobus rectis æquales ſint. Item quod binomium irrationale eſt. Talia quoque *cognita* ſunt, vnicam eſſe tangentem helicis, à dato extra puncto ad alterutram partẽ, ſi enim alia eſſet, duæ rectæ ſpatiũ comprehenderent, quod eſt impoſſibile. Quæ porro *incognita* ſunt, non ea quidem irrationalia, ſunt, ſed ea tantum quæ neque cognita ſunt, neque comprehenſa à nobis.

Porimum (ſeu quod factionem habet) appellatur id quod poſſumus facere, & conſtruere, hoc eſt, in cognitionem deducere. Rurſus autem aliâ ratione definitur illud, aut quod per demonſtrationem exhiberi poteſt, aut quod apparẽs eſt ſine demonſtratione, quale eſt centro interualloq; circulum deſcribere, nec non triangulum non modo Iſopleurum, ſed & Scalenũ conſtruere, aut binomiũ inuenire, aut duas rectas potentiâ ſolùm cõmenſurabiles inuenire, aliaq; quæ infinitis modis cognoſcuntur, vt per duo puncta circulũ deſcribere.

Aporum (id eſt quod factionē non habet,) porimo maxime opponitur. Exempli gratiâ, circuli tetragoniſmus, nondum enim inuētus eſt, quanquam inueniri poſſe certum ſit. Illius enim ratio nondum comprehenſa eſt. Hîc autem loquimur de eo, quod notū iam eſt, quod πόριμον κύριον, ſeu *porimum præcipuum* appellatur, quod enim nondum in promptu, poſſibile tamen, eſt ποριστόν, ſeu factibile appellatur. *Aporum* autem, vt dictū eſt porimo opponitur, éſtq; illud, cuius inquiſitio dijudicari determinarique non poteſt.

Effabile autem eſt id cuius habemus dicere magnitudinem, ſpeciem & poſitionem. Sed hæc definitio generalior eſt; propriè verò & ſecūdum ſe, *effabile* eſt quod per quædam cognitum eſt, & ad datā poſitione menſuram, palmum puta, aut etiam digitum.

His itaque explicatis, quod reliquū eſt, facile conſiderare poſſumus, in quibus ſcilicet omnia quæ ſuperius allata ſunt à nobis, conueniant, & differant; & primū quidem quomodo ſe habeāt *ordinatum* ad *cognitum*, & illis oppoſita ad inuicem. Non enim ea conuertibiliter dicuntur, neque aliud alio latius patet, etſi conueniunt in multis, vt per duo puncta, rectam deſcribere, perque tres cir-

ἄπορον δὲ ἐστὶ τῷ ποριμῷ ἀντικειμένως ἔχον, ὡς ὁ τοῦ κύκλου τετραγωνισμός, οὔπω γὰρ ἐστὶν ἐν πόρῳ, εἰ καὶ οἷόν τε αὐτὸ πορισθῆναι, καί ἐστιν ἐπίστητον. ἐπιστήμη γὰρ αὐτοῦ οὔπω καταλείληπται. Νῦν δὲ περὶ τοῦ ἤδη ὄντος ἐν πόρῳ λόγος ἀποδέδοται, ὅπερ καὶ κύριον πόριμον ἐπονομάζουσιν. τὸ γὰρ μήπω ὂν ἐν πόρῳ, ἐνδεχόμενον δὲ πορισθῆναι, ποριστὸν ἰδίως προσαγορεύουσιν. ἄπορον δέ ἐστιν ὡς εἴρηται τῷ ποριμῷ ἀντικειμένως ἔχον, τουτέστιν οὗ ζήτησις ἀδιάκριτός ἐστιν.

Ῥητὸν δέ ἐστιν οὗπερ ἔχομεν εἰπεῖν μέγεθος, ἢ εἶδος, ἢ θέσιν, ἀλλ' οὗτος μὲν ὁ ὅρος κοινότερός ἐστιν, ἰδίως δὲ καθ' αὑτὸ ῥητόν ἐστιν, ὁ κατά τινα γιγνωσκόμενον, καὶ πρὸς τὸ τῇ θέσει μέτρον, παλαιστὴν εἰ τύχοι, ἢ δάκτυλον.

Οὕτω δὴ προδιωρισμένων, ῥᾷον τὸ λοιπὸν ἐπισκοπεῖν τήν τε κοινωνίαν τῶν εἰρημένων, καὶ τὴν διαφοράν, καὶ πρῶτον ὅπως ἔχει τὸ τεταγμένον πρὸς τὸ γνώριμον, καὶ τὰ τούτοις ἀντικείμενα πρὸς ἄλληλα. οὐκ ἔστι δὴ τῶν ἀναστρεφόντων τὰ τοιαῦτα, οὐδὲ μὴ ἐκείνων ἐν οἷς τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου ἐπιπλέον ἐστίν. εἰ γὰρ καὶ κοινὰ αὐτοῖς ὑπάρχει, ὡς τὸ διὰ δύο σημείων εὐθεῖαν γράψαι καὶ διὰ τριῶν κύ-

κλων τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι. ἀλλὰ τὸ τετραγωνίζειν τὸν κύκλον τεταγμένον μὲν, ἄγνωστον δὲ, καὶ ὅτι μία εὐθεῖα τῆς ἕλικος ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου ἐφάπτεται τῶν τεταγμένων, καὶ μὴ ἐνδεχομένων ἄλλως ἔχειν ἐστίν. οὐ μὴν καὶ ἔγνωσται αὐτῶν ἡ ἀπόδειξις, ἤτοι κατασκευή. πάλιν δ᾽ αὖ ἡ ἐπ᾽ ἄπειρον τομὴ, καὶ ἡ τοῦ σκαληνοῦ σύστασις ἔγνωσται μὲν, οὐκέτι δὲ τέτακται. ὥστε φανερὸν, ὅτι ἔσται τοῦ τεταγμένου τὸ μὲν γνώριμον, τὸ δὲ ἄγνωστον. καὶ ἀνάπαλιν δὲ τοῦ γνωρίμου τὸ μὲν τεταγμένον, τὸ δὲ ἄτακτον; καὶ οὕτως ἔχει ταῦτα πρὸς ἄλληλα, ὡς τὸ λογικὸν καὶ τὸ πεζόν. οὔτε γὰρ ἐξισάζει τὰ τοιαῦτα, οὔτε τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου ἐπιπλέον ἐστίν.

Ὁμοίως δὲ ἔχει καὶ τὸ τεταγμένον καὶ τὸ ἄτακτον, πρὸς τὸ πόριμον, καὶ τὸ ἄπορον. κοινωνία τε γὰρ αὐτοῖς ἔνεστι πλείστη, καὶ διαφέρει ἀλλήλων τὸν εἰρημένον τρόπον. ἡ γὰρ ἕλιξ τέτακται, ἀλλ᾽ οὐκ ἦν πρὸς τοῦ Ἀρχιμήδους πόριμη. καὶ τὰ ἀπειραχῶς γεγνωμένα καὶ ἄτακτα, πόριμα μέν ἐστιν, ἐὰν κατασκευὴν ἐπινοῇ τις αὐτῶν, καὶ τὴν σύστασιν, οὐκέτι δὲ καὶ τεταγμένα. οἷον σκαληνὸν τρίγωνον ἐπινοῆσαι, καὶ εἰς τὴν κατασκευὴν αὐτοῦ ἀναγαγεῖν τὴν διάνοιαν, ἀπὸ τοῦ ἰσοπλεύρου οὐ χαλεπὸν, ἀλλὰ εὐ-

culos triangulum æquilaterũ constituere. Porro quadrare circulum ordinatum quidem, incognitũ tamen est. Item quod vna sit helicis tangens ab vno puncto, ex ordinatorum genere quidem est, & quod aliter fieri non potest, atqui non ideo eius demonstratio constructióq; cognita est. Rursus autem sectio indefinita, & scaleni constitutæ cognoscitur quidem, nec tamen adhuc ordinatur, ita vt clarũ sit *ordinatum* tã esse *cognitum*, quã *incognitum*, & vice versa *cognitum*, tam esse *ordinatum* quam *inordinatum*. Itaque se habent hæc ad inuicem, vt rationale & pedestre, neque enim exæquant illa sese, nec aliud alio latius patet.

Similiter autem & ordinatum & inordinatum se habẽt ad porimũ, & aporum, quippe inter illa similitudo maxima est, differunt porro inter se dictã ratione. Etenim helix quidẽ ordinata est, sed non erat ante Archimedem porima. Eâdẽ autem ratione quæ infinitis modis cognoscũtur porima sunt: namq; inordinatorũ aliqua, porima quidẽ sunt, si constitutionẽ eorũ quis nouerit & constructionẽ, nõ vtiq; tamẽ ordinata sunt: quale est illud, scalenũ triangulũ constituere, etenim constructionẽ illius cognitã reddere, & Isopleuro non est arduum, quin immo facile admodũ,

etiamſi inordinatum ſit, & infinitis modis cognoſcatur.

Ita autem ſe habent ordinatum, & inordinatum ad effabile, & irrationale, nam inter ſe conueniunt in multis, dictâ ratione tamen differunt. Enimuerò illa ſe non adæquant inuicem, neque aliud alteriũ continet, quodlibet enim binomiũ, & quæ irrationales ita aſſumptæ ſunt, *ordinatæ* quidẽ ſunt, non ideo tamem *effabiles*, vt neque diameter reſpectu lateris quadrati. *Effabilium* vero *inordinata* multa ſunt, & ea quæ multipliciter, & infinitis modis cognoſcũtur. Poteſt enim ſcalenum triangulum menſurari à propoſitá & definitâ menſurâ, quamuis *inordinatum* ſit.

Cogniti autem cum *porimo* ſimilitudines omnes, facile quidẽ eſt, differentiã autem aſſignare difficilius eſt, finitima ſiquidem eſt eorum natura, ita vt videantur inuicem ſe adæquare, attentiùs tamen conſideranti, differentia quædam ineſſe apparebit, ſiquidem quod ab vno puncto vna helicem recta tangat, clarum eſt & cognitũ, ſed non propterea cognitum eſt problema, quod adhuc non eſt comprehenſum. Ita vt quod cognitũ eſt, non ideo porimũ ſit. Etſi omne quod porimum eſt cognitum ſit, latius tamen patet cognitum porimo.

πορισόν ἐστι, καί τοι ἄτακτον ὂν καὶ ἄπειρον.

Οὕτω δὲ ἔχει καὶ πρὸς τὸ ῥητὸν καὶ ἄλογον, τὸ τεταγμένον τε καὶ ἄτακτον, κοινωνοῦσι γὰρ ἀλλήλοις πολλαχῇ, καὶ διενηνόχασι τὸν εἰρημένον τρόπον. οὐδὲ γὰρ ταῦτα ἐξισάζει ἄλληλα, οὐδ᾽ ἕτερον τοῦ ἑτέρου ἐστὶ περιληπτικόν. ἡ γὰρ ἐκ δύο ὀνομάτων, καὶ αἱ οὕτως καταλημμέναι ἄλογοι τεταγμέναι μὲν εἰσίν, οὐκέτι δὲ καὶ ῥηταί. καὶ ὁ τῆς διαμέτρου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ τετραγώνου. πολλὰ δὲ καὶ τῶν ῥητῶν ἄτακτά ἐστιν, ὡς τὰ πολλαχῶς καὶ ἀορίστως γιγνόμενα. δύναται δὲ καὶ σκαληνὸν τρίγωνον μετρεῖσθαι ὑπὸ τοῦ προτεθέντος, καὶ ὁρισθέντος ῥητοῦ μέτρου, καίτοι ἄτακτον ὑπάρχον.

Τοῦ δὲ γνωρίμου πρὸς τὸ πόριμον τὴν μὲν ὁμοιότητα παντὶ δέ γε ἰδίως ῥάδιον, τὴν δὲ διαφορὰν χαλεπὸν ἑλεῖν. ἐγγὺς γὰρ εἰσὶ τὴν φύσιν ἀλλήλων, ὥστε καὶ ἐξισάζειν δοκεῖν, οὐ μὴν ἀλλὰ κἂν τοῦτο ἀκριβῶς ἐπιβλέψαντι ὀφθήσεταί τις οὖσα διαφορά. εἰ μὲν γὰρ μία ἐστὶν ἡ τῆς ἕλικος ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου ἐφαπτομένη ἐμφανές ἐστι καὶ γνώριμον, ἀλλ᾽ οὐ διὰ τοῦτο ἤδη καὶ πόριμόν ἐστι τὸ πρόβλημα, μήπω κατειλημμένον, ὥστε τὸ πόριμον πᾶν καὶ γνώριμον. ἐπιπλέον ἄρα τὸ γνώριμον τοῦ πορίμου.

Πάλιν

Πάλιν δ' αὐτὸ γνώριμον καὶ τὸ πόριμον καὶ τὸ ῥητὸν πῇ μὲν κοινωνεῖ, πῇ δὲ διαφέρει ἀλλήλων, κατὰ τὸν προειρημένον τρόπον. Αἱ γὰρ εἰρημέναι ἄλογοι γνώριμαι μὲν εἰσὶν, οὐκέτι δὲ καὶ ῥηταί. ὁ γὰρ ἀριθμὸς πᾶς ῥητὸς μέν ἐστιν, οὐκέτι δὲ καὶ γνώριμος πᾶς. καὶ τὸ μὲν ῥητὸν τοῖς κατ' αὐτὸν ἔθος ὁμοίως δὲ ῥητόν ἐστι. καὶ τὸ μὲν ῥητὸν ἔσται τι μῆκος, τὸ δ' οὔ, εἰ ἐπὶ γὰρ ταυτὸ ἀνύσωσι μέτρον. Γνώριμον δὲ τὸ μὲν αὐτὸ μῆκος, τὸ δ' οὔ, κἂν ἐν τῇ αὐτῇ συνηθείᾳ ὦσιν. ἴσως δὲ κἂν ἐνταῦθα χαλεπόν τι ἐστὶν εὑρεῖν ῥητὸν μὲν ἄγνωστον δὲ, δοκεῖ γὰρ καὶ τοῦ ῥητοῦ ἐπίπλεον εἶναι τὸ γνώριμον. ὅτι δὲ καὶ τὸ πόριμον καὶ τὸ ἄπορον διαφέρει τοῦ τε ῥητοῦ καὶ ἀλόγου φανερὸν ἐκ τούτων, πόριμα γὰρ εἶναι δυνατὸν καὶ τῶν ἀλόγων τινα, οὐδὲν δὲ τῶν ῥητῶν ἄλογον. ἡ δὲ συγγένεια τούτων αὐτῶν καθάπερ καὶ τῶν ἄλλων παντὶ παμφανής μέντοι, καὶ ταῦτα ἔχει πρὸς ἄλληλα, ὥστε τὸ πόριμον ἐπίπλεον εἶναι δοκεῖν τοῦ ῥητοῦ.

Ἔξεστι δὲ τῶν προειρημένων τὰς διαφορὰς ἐπισκοπεῖν τῇδε. Ῥητὸν μὲν καὶ ἄλογον κατὰ τὴν ἐπὶ τὸ μέτρον ἀναφορὰν λέγεται, οὐ πρὸς τὴν ἡμετέραν γνῶσιν ἀναπεμπόμενον. Δύναται γάρ τι ῥητὸν ὂν μὴ εἶναι ἡμῖν γνώριμον, ὅμως ῥητὸν εἶναι μηδὲ

Rurſus autem *cognitum* & *porimum* & *effabile* in aliquibus conueniunt, in aliquibus autem differũt, eâ quâ diximus ratione. Etenim eæ lineæ quæ irrationales appellãtur *cognitæ* quidẽ ſunt, non tamen *effabiles*. Contra numerus omnis *effabilis* quidẽ eſt non tamen omnis *cognitus*. *Effabile* porro ex naturâ ſuâ ſemper *effabile* eſt. Quanquã aliqua longitudo *effabilis* modo ſit, modo non, ſi quidẽ cum aliquâ aliâ, ad eandẽ mẽſurã exigatur. Sed & illa eadẽ lõgitudo aliquando cognita eſt', aliquãdo minimé, quãuis inter illas omnino conueniat. Non parum autẽ difficile eſt reperire aliquid quod *effabile* ſit, atq; etiã *incognitum*. Etenim latiùs videtur patere *cognitum*, *effabili*. Ex his autẽ clarũ eſt *porimũ* & *aporum*, differre à *rationali* ſiue *effabili* & ab *irrationali*. Poſſibile enim eſt, & *irrationalium* aliqua *porima* eſſe, non autẽ *rationalium* aliqua eſſe *irrationalia*. In quibus itaq; prædicta cõueniãt manifeſtiſſimũ eſt, ita tamẽ illa ſe habẽt ad inuicẽ, vt latiùs patere videatur *porimum effabili*.

Ex ijs autẽ licet hoc loco eorũ quę dicta ſunt differentiã contemplari. Nam *effabile* quidẽ & *irrationale* dicitur, ſecundũ reſpectũ ad menſurã, quæ tamẽ ad cognitionẽ noſtrã non peruenit. Poteſt enim aliquid quod *rationale* eſt, non eſſe nobis cognitum, ſimiliter *rationale* eſſe, neque comprehendi

vnquã quod *rationale* ſit. *Ordinatũ* autẽ & *inordinatum* ſecundum ſe, propriámq; eius rei naturam quæ in contemplationẽ venit dicitur, etiamſi à nobis minime comprehendatur, vt multa Archimedes poſteriùs *ordinata* eſſe naturâ deprehẽdit, quæ Serenus fuerat contemplatus. *Cognitum* autem & *incognitum*, ſecundum reſpectum ad nos dicitur, ita vt prædicta differãt ad inuicem, ſiquidem hoc refertur ad nos, illud ad propriam naturam, poſterius autem ad menſuram.

Explicatis autem & ſimilitudinibus & differentiis eorum, quæ propoſita ſunt, conſequens fuerit conſiderare, quid ſit *datum*. Quotquot enim *id quod in hypotheſi conceſſum* eſt à proponente, putant eſſe *datum* aberrant à quæſito. Etenim omnia datorum elementa de eiuſmodi *dato*, quod eſt ſecundũ hypotheſim, compoſita non ſunt; vt videre licet verſatis in tractatione quæ habetur de *dato*. Quamobrem nos omiſsâ hac opinione, oportet de aliorũ definitionibus ferre iudicium: igitur quod in hypotheſi cognoſcitur, eſt aliquid quod conſequenter ex principiis cognoſcitur. Porrò definitionib⁹ quę vno verbo conſtãt vtẽtes, illud definiũt & aliquo prædictorũ inſigniunt, vt principiò dictum eſt, ita vt fere omnes hoc idem de dato

κατειλῆφθαί πω, ὅτι ῥητόν ἐστι. τὸ δὲ τεταγμένον καὶ ἄτακτον καθ' αὑτό, καὶ κατ' ἰδίαν φύσιν θεωρούμενόν ἐστι, κἂν ὑφ' ἡμῶν μήπω καταλαμβάνηται. πολλὰ γὰρ τεταγμένα φύσει, ὕστερον Ἀρχιμήδης, τοῦ Σερείνου ἐθεώρει ὅτι τέτακται. γνώριμον δὲ καὶ ἄγνωστον κατὰ τὴν πρὸς ἡμᾶς ἀναφορὰν λέγεται, ὥστε διαφέρειν ἂν τὰ εἰρημένα ἀλλήλων. εἴπερ τὸ μὲν πρὸς ἡμᾶς ἔχει τὴν ἀναφοράν, τὸ δὲ πρὸς τὴν φύσιν, τὸ δὲ πρὸς τὸ μέτρον.

Διωρισμένης δὲ καὶ τῆς κοινωνίας καὶ διαφορᾶς τῶν προτεθέντων, ἑπόμενον ἂν εἴη, λοιπὸν τί ποτέ ἐστι τὸ δεδομένον ἐπισκέψασθαι. ὅσοι τοίνυν τὸ καθ' ὑπόθεσιν δεδομένον ὑπὸ τοῦ προβάλλοντος οἴονται εἶναι τὸ δεδομένον, διαμαρτάνουσι τοῦ ζητουμένου. τὰ γὰρ στοιχεῖα πάντα τοῦ δεδομένου συντέτακται, οὐ περὶ τοῦ καθ' ὑπόθεσιν τοιούτου, ὡς ἔξεστιν ἰδεῖν ἐπιοῦσιν ταῖς περὶ τούτου πραγματείαις. διὸ δεῖ καὶ ἡμᾶς ἀφέντας τὴν τοιαύτην ὑπόληψιν, τοὺς ἄλλως ὁριζομένους λόγους ἐξετάσασθαι. ἔσται δὲ τὸ καθ' ὑπόθεσιν δεδομένον, τὸ ἀκολούθως ταῖς ἀρχαῖς θεωρούμενον. Ὁρίζονται δή οἱ μὲν ὀνομαστικοῖς ὅροις χρώμενοι, ἑνί τινι τῶν εἰρημένων αὐτὸ χαρακτηρίζοντες ὡς ἐν ἀρχῇ εἴρηται. πάντες δὲ σχεδὸν ὥσπερ

κοινὴν ἔννοιαν περὶ τοῦ δεδομένου δοκοῦσιν ἐσχηκέναι, καταληπτὸν γάρ τι αὐτὸ εἶναι ἀπέλαβον, ὡς αὐτὸ ἐμφαίνει τὸ τοῦ δεδομένου ὄνομα· καὶ μάλιστα οἱ τὸ καθ' ὑπόθεσιν δεδομένον ὑπογράφοντες. ἔνιοι δὲ πρὸς τὸ συγκεχωρημένον ἀπέβλεψαν. χρώμενοι δὲ καὶ ἡμεῖς τῷ εἰρημένῳ, ὥσπερ κανόνι καὶ κριτηρίῳ, δυνησόμεθα εὑρίσκειν τὸν τέλειον τοῦ δεδομένου ὁρισμόν. δῆλον δὲ ὅτι καὶ ἐξισάζειν, ἤτοι ἀντιστρέφειν αὐτὸν δεήσει πρὸς τὸ ὁριστόν. Καὶ γὰρ τοῦτο ὑπάρχειν δεῖ τοῖς ὀρθῶς ἀποδεδομένοις ὁρισμοῖς; Ἔστι δὲ τοῦ προκειμένου τοιοῦτος, ἐν μὲν τοῖς ἁπλούστερον εἰρημένοις ὁρισμοῖς, ὁ τὸ πόριμον ὁρισάμενος, ἐν δὲ τοῖς συμπεπλεγμένοις ὁ τὸ γνώριμον ἅμα, καὶ πόριμον, ἀτελεῖς δὲ οἱ λοιποὶ πάντες. οὔτε γὰρ ὁ τὸ τεταγμένον ὁριζόμενος αὐτάρκης ἐστὶ, πρὸς τὴν τοῦ δεδομένου περιοχήν, διὰ μήτε τὸ πᾶν, μήτε μόνον τὸ τεταγμένον εἶναι καταληπτόν. ἀλλὰ καὶ τῶν ἀτάκτων τινὰ, ὡς ἐπιδέδεικται. οὔτε ἐκεῖνος ἱκανὸς, ὁ γνώριμον αὐτὸ ἀφοριζόμενος, οὐδὲ γὰρ τοῦτο πᾶν ἐστι καταληπτὸν, εἰ καὶ μόνον. τὸ γὰρ ἄγνωστον οὐκ ἂν εἴη καταληπτόν. οὐδὲ μὴν ὁ ῥητὸν αὐτὸ ἀποφαινόμενος ὅρος τέλειος ἔσται. οὐδὲ γὰρ τοῦτο μόνον καταληπτόν, ὡς καὶ τοῦτο διώρισται πρότερον. λείπεται δὲ ἐν τοῖς ὀνομαστι-

ſenſiſſe videantur, vt illud, quod & ipſum δεδομένου, ſiue *dati* nomẽ innuit *comprehenſum* quiddam eſſe ſupponerent. Atque inter illos ij maximè qui illud per hypotheſim deſcripſerũt. Alij autẽ ad id quod *conceſſum* eſt reſpexerunt. Nos autem vtentes dictis vt regulâ & criterio poterimus inuenire perfectam *dati* definitionem. Clarum ſiquidem eſt quod exæquare aut conuerti ipſã oportebit cum definito. Eſt autẽ propoſiti talis definitio in ſimpliciùs quidẽ traditis, illa quæ definit *porimum*; in complexis verò quæ *porimum*, & ſimul *gnorimum*, imperfectæ verò ſunt reliquæ omnes. Neque enim quæ ordinatum definit ſufficit ad dati comprehenſionẽ, quia neque illud omne, neque illud ſolum quod *ordinatum* eſt *comprehenſum* eſt. Quandoquidem & *inordinatorum* aliqua talia ſint, vt oſtenſum eſt Neque illa ſatisfacit, quæ *cognitum* illud eſſe deſcribit, nam non illud omne ſolum *comprehenſum* eſt, & ſi ſolum eſſet; Incognitum vtique numquid eſſet comprehenſum ? Neque item quæ *effabile* illud eſſe definit perfecta eſt, non enim illud omne ſolum *comprehenſum* eſt. Quandoquidem *irrationalium* aliqua ex eo numero ſint. Similiter autem neque illud omne quod *effabile* eſt, *compre-*

hensum est vt superiùs declaratū est. Deficit porro in iis definitionibus, quæ ὀνομαστικῶς seu vno verbo traditæ sunt, illa quæ maxime videtur comprehensionem manifestare. Etenim quomodo illud solum quod *porimum* est *comprehensum* sit? Tali autem & ipse Euclides definitione vsus est, cũ perspectas sibi dati species omnes describeret. Compositarum autem definitionum ea perfecta est, quæ *cognitum* simul & *porimum datum* esse definit, genere quidem analogico habens *cognitum*, differentiâ autem *porimum*. Quæ porro *ordinatum* simul & *porimum* dicit imperfecta est, non enim quæ talia sunt sola *data* sunt, quæ verò & *ordinatum* & *effabile*, similiter cum defectu comprehēdit *datum*, quod propositum excedat, quare sana non erit. Neque enim illud solum quod tale est *datum* est. Soli autem illi quod superest ad *dati* cognitionem peruenisse vidētur, qui illud quod *cognitum* est, esse *datum* ostenderunt, quod enim tale est, omne & solum *comprehensum* est, quæ vtraque inesse debent rectè traditis definitionibus. Accedunt autem ad eos proximè qui ita definiuerunt. *Datum* est cui æquale possumus inuenire, secundum ea quæ proposita sunt à nobis, in primis hypothesibus, & principiis.

κῶς ἀποδεδομένοις, τὸ πόριμον, ὅπερ δοκεῖ μάλιστα τὴν κατάληψιν ἐμφαίνειν, οὐ γὰρ τὸ πόριμον καταληπτὸν, καὶ μόνον. τῷ τοιούτῳ καὶ Εὐκλείδης ἐχρήσατο, ὁρώμενα εἴδη τοῦ δεδομένου πάντα ὑπογραφών. Τῶν δὲ συνθέτων ὁρισμῶν μόνος τέλειος ἔσται. ὁ γνώριμον ἅμα, καὶ πόριμον τὸ δεδομένον ἀφοριζόμενος, γένει μὲν ἀνάλογον ἔχον τὸ γνώριμον, διαφορᾷ δὲ τὸ πόριμον. ὁ δὲ τεταγμένον ἅμα, καὶ πόριμον λέγει, οὐκ ἀληθὴς, οὐ μόνα γὰρ τὰ τοιαῦτά ἐστι δεδομένα, καὶ ὁ τὸ τεταγμένον καὶ ῥητὸν ὁμοίως ἐλλειπτῶς περιέχει τὸ δεδομένον. ὁ δὲ τὸ γνώριμον ἅμα καὶ τεταγμένον, διὰ τὸ ὑπερβάλλειν τὸ ὑποκείμενον οὐχ ὑγιὴς ἔσται. οὐδὲ γὰρ πᾶν τὸ τοιοῦτο, δεδομένον ἐστί. Μόνοι δὲ, λοιπὸν, δοκοῦσιν καθικνεῖσθαι τῆς ἐννοίας τοῦ δεδομένου, οἱ γνώριμον αὐτὸ εἶναι ἀπεφηνάμενοι. τὸ γὰρ τοιοῦτο πᾶν καταληπτὸν καὶ μόνον. ταῦτα δὲ ἀμφότερα δεῖ ὑπάρχειν, τοῖς ἐπιστημονικῶς ἀποδεδομένοις ὁρισμοῖς. Ἐγγὺς δὲ τούτων ἐστὶν οἱ συνθέντες καὶ οὕτως. δεδομένον ἐστὶ ᾧ πορίσασθαι δυνάμεθα ἴσον, διὰ τῶν κειμένων ἡμῖν ἐν ταῖς πρώταις ὑποθέσεσίν τε, καὶ ἀρχαῖς.

Τῶν δὲ προειρημένων εἴη ἂν Εὐκλείδης, πανταχοῦ τῷ, πορίσασθαι, χρώμενος, εἰ καὶ παραλειμπάνει τὸ γνώριμον, ὡς παρεπόμενον τῷ πορίμῳ. αἰτιάσαιτο δ' ἄν τις αὐτὸν εὐλόγως, ὡς οὐ πρότερον κοινῶς τὸ δεδομένον ὁρισάμενον, ἀλλ' ἀμέσως τῶν εἰδῶν αὐτοῦ ἕκαστον, καίτοι ἐν τῇ γεωμετρικῇ στοιχειώσει, φαίνεται πρὸ τῶν εἰδῶν τῆς γραμμῆς, τὴν ἁπλῶς γραμμὴν ὁρισάμενος καὶ τὰ ἄλλα ὁμοίως.

Ex quorum numero eſt Euclides ipſe vbique vſus verbo πορίσασθαι, quod exhibere ſeu inuenire ſignificat, quanquã prætermittat *cognitum* vt conſequẽs ex *porimo*. Poſſet autem illum aliquis meritò reprehendere, quod non priùs quidem *datum* in communi definierit, ſed immediatè ſpecierum *dati* quamlibet, quamuis in geometricis elementis viſus ſit ante ſpecies lineæ ſimplicem lineam deſcripſiſſe.

Τί τὸ χρήσιμον τῆς περὶ τῶν δεδομένων πραγματείας.

Quæ ſit vtilitas tractatus de datis.

Διακριθέντος τοίνυν κοινότερον, καὶ ἴσον καὶ πρὸς τὴν παροῦσαν χρείαν τοῦ δεδομένου, ἐφεξῆς ἂν εἴη τὸ χρήσιμον τῆς περὶ αὐτοῦ πραγματείας ἀποδοῦναι. ἔστι δὲ καὶ τοῦτο τῶν πρὸς ἄλλο ἐχόντων τὴν ἀναφοράν. πρὸς γὰρ τὸν ἀναλυόμενον λεγόμενον τόπον ἀναγκαιοτάτη ἐστὶν ἡ τούτου γνῶσις. ὅσην δ' ἔχει δύναμιν ἐν ταῖς μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις καὶ ταῖς συγγενῶς ἐχούσαις ὀπτικαῖς τε, καὶ κανονικαῖς, ὁ ἀναλυόμενος τόπος ἐν ἄλλοις διώρισται, καὶ ὅτι ἀποδείξεώς ἐστιν εὕρεσις ἡ ἀνάλυσις, καὶ ὅτι πρὸς εὕρεσιν τῆς τῶν ὁμοίων ἀποδείξεως ἡμῖν συμβάλλεται, καὶ ὅτι μεῖζόν ἐστι τὸ δύναμιν ἀναλυτικὴν κτήσασθαι, ἢ πολ-

Igitur cum vniuerſaliùs à nobis, & quantum quidem ad hoc negotium neceſſarium fuiſſe viſum eſt, quid ſit *datum* expoſuerimus, conſequẽs fuerit huiuſce tractationis, vtilitates aperire. Etenim ea tractatio talis eſt, vt nõ ſui ſolùm, ſed alicuius alterius rei gratiâ inſtituatur. Etenim ad *locum*, qui dicitur *reſolutus* maxime neceſſaria eſt. Quantam porro vim obtineat in mathematicis diſciplinis, & quæ ad illas proxime accedunt opticâ, canonicâ *reſolutus locus*, alio loco dictũ eſt à nobis, tum quod *reſolutio*, demonſtrationis inuentio ſit, tum quod in ſimilibus rebus ad demonſtrationis inuctionem nobis ea multum conferat, tum quod longè præſtantiùs ſit potentiã reſolutiuam nanciſci, quam mul-

tas particulares demonſtrationes poſſidere.

Ad quam ſcientiam datorum tractatio reuocetur.

Porro cum ad omnes eiuſmodi ſcientias vtilis ſit datorum conſideratio, quippe quæ ad *reſolutionem* multum vtiltatis afferat, meritò dicetur non quidem ad vnam ſcientiam, ſed ad vniuerſalē illam Mathematicam potius reuocari, quæ verſatur circa numeros, tempora, velocitatem, & quæ omnia ſunt eiuſmodi, quæque de rationibus agit, nec non de proportionibus, atque omnibus omnino medietatibus. Quamobrem ad perfectam & demonſtratiuam *datorum* cognitionem tantopere vtilem, hunc *datorum* librum elaborauit Euclides ille, qui inter eos qui elementa Geometrica compoſuerūt facile principatum obtinet, quiq; cum omnium fere mathematicarum diſciplinarū, vt omnis Geometriæ in XIII. libris, Aſtronomiæ in phænomenis, muſicæ & opticæ elementa, ſeu verius introductiones exaraſſet in hoc opere, tractationis de *dato* elementa reſolutiua conſcripta reliquit. Sed cum Geometra eſſet, quæ reliquis communia erant cum *dato*, magnitudinibus particulatiter ac-

λας ἀποδείξεις τὰς ἐπὶ μέρους ἔχειν.

Ὑπὸ τινα ἐπιστήμην ἀνάγεται ἡ τῶν δεδομένων πραγματεία

Εἰς πάσας τοίνυν τὰς τοιαύτας ἐπιστήμας χρησίμη οὖσα ἡ περὶ τῶν δεδομένων θεωρία, ἔπειπερ εἰς ἀνάλυσιν μέγα συμβάλλεται, εἰκὸς ἂν ῥηθείη ἀνάγεσθαι οὐχ ὑπὸ μίαν ἐπιστήμην, ἀλλ' εἰς τὴν καθόλου λεγομένην μαθηματικήν. αὐτὴ δέ ἐστιν ἡ περὶ τὰ πλήθη, καὶ μεγέθη, καὶ χρόνους, καὶ τάχυν, ἔχουσα καὶ ταῦτα πάντα. καθάπερ δὴ ἡ περὶ λόγους, καὶ ἀναλογίας, καὶ τὰς πανταχοῦ μεσότητας πραγματευομένη. πρὸς ταύτην τοίνυν τοῦ δεδομένου ἐπιστημονικὴν κατάληψιν, χρησιμωτάτην οὖσαν τὸ τῶν δεδομένων βιβλίον ὁ Εὐκλείδης ἐξεπόνησεν, ὃν καὶ στοιχειωτὴν κύριον ἐπωνόμασεν. πάσης γὰρ σχεδὸν μαθηματικῆς ἐπιστήμης στοιχεῖα, καὶ οἷον εἰσαγωγὰς παρέταξεν, ὡς γεωμετρίας μὲν ὅλης ἐν τοῖς ιγ. βιβλίοις, καὶ τῆς ἀστρονομίας ἐν τοῖς Φαινομένοις, καὶ μουσικῆς δὲ καὶ ὀπτικῆς ὁμοίως στοιχεῖα παραδέδωκεν, καὶ τῆς παραδεδομένης ταύτης πραγματείας ἐν τῷ προκειμένῳ βιβλίῳ στοιχείωσιν ἀναλυτικὴν ἐποιήσατο. Γεωμετρικὸς δὲ ὢν ἀνὴρ διαφερόντως τοὺς κοίνους λόγους τοῖς μεγέθεσιν ἰδίως

ἐφήρμοσεν. ὃν τρόπον ἐποίησεν καὶ ἐπὶ τῶν καθόλου λόγων, ὡς ἐπὶ μεγεθῶν ἰδίως, αὐτοὺς πραγματευσάμενος ἐν τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ τῆς ἐπιπέδου.

Κοινῶς μὲν καὶ εἴρηταί τι δεδομένον, καὶ ὑπὸ ποίαν ἐπιστήμην ἀνάγεται, καὶ ὅτι χρησιμωτάτη ἐστὶν ἡ περὶ αὐτὴν θεωρία. προσκείσθω δὲ τοῖς εἰρημένοις καὶ ἡ περιγραφὴ τῆς περὶ αὐτῶν ἐπιστήμης. ἔσται δὲ αὐτὴ ὡς ἐκ τῶν εἰρημένων φανερὸν, κατάληψις τῶν δεδομένων κατὰ πάντα τρόπον, καὶ τῶν περὶ αὐτὰ συμβαινόντων. ἰδίως δὲ καὶ ὡς πρὸς τὸ προκείμενον βιβλίον, λεγέσθω εἶναι μέθοδος στοιχείωσιν περιέχουσα, τῆς ὅλης περὶ τοῦ δεδομένου ἐπιστήμης. ἕξει δὲ αὐτὴ τὸ χρήσιμον ἀκολούθως, καὶ τὰ ἄλλα, κατὰ τὴν ἀναφορὰν τὴν πρὸς τὸ δεδομένον. Διήρηται δὲ τὸ βιβλίον, πρὸς τὰ δεδομένου εἴδη, καὶ τὸ μὲν πρῶτον αὐτῶν τμῆμα περιέχει τὰ κατὰ λόγον δεδομένα, τὸ δὲ δεύτερον τὰ τῇ θέσει. ἐπὶ δὲ, τὰ τῷ εἴδει. ἁπλοῦν γὰρ ἦν τὸ περὶ τῶν μεγέθει δεδομένων. κατέσπαρται δὲ καὶ ταῦτα μερικῶς, ἐν τοῖς ἄλλοις, καὶ μάλιστα τὸ εἴδος δεδομένοις. ἤρξατο δὲ ἀπὸ τῶν λόγῳ καὶ θέσει δεδομένων, ἐπεὶ καὶ ἐκ τούτων συνίσταται τὰ τῷ εἴδει δεδομένα. καὶ ἄλλως δὲ ἡ διαίρεσις αὐτῷ τοῦ βιβλίου

commodauit, quam rationẽ ipſe ſeruauit, cum de rationibus loqueretur in vniuersũm, de ijs tanquã ad magnitudines ſpectãtibus ſolum, locutus in quinto de plano volumine.

Nunc generaliter quidem dictum eſt quid ſit *datum*, & ad quam ſcientiã pertineat, & quam vtilis ſit eius contemplatio. Adijciatur autem ad ea quæ dicta ſunt, & illius ſcientiæ quæ circa *datum* verſatur deſcriptio. Eſt illa quippe vt ex dictis patet. *Datorum* omnimoda comprehenſio, & eorum quæ illis accidunt. Peculiariter autẽ & congruenter ad propoſitum librum, dicatur eſſe methodus elementa continens, eius ſcientiæ quæ *datum* contemplatur. Habebit autem & illa vtilitatem ex conſequenti, & alia quatenus refertur ad *datum*. Porro hic liber ſecundum *datorum* ſpecies diuiditur, & primâ quidem ſectione continentur, quæ *data* ſunt *ratione*, ſecundò ea quæ *poſitione*. Tum ea quæ *ſpecie data* ſunt. Etenim illud quod magnitudine *datum* eſt, ſimplex eſt & inaliis particulariter continetur, & præcipue *datis ſpecie*. Aliam autem Euclidi diuiſionem recipit hic liber; Diuiditur quippe, & in vniuerſales

γέγονεν, εἴς τε τὰ καθ᾽ ὅλου μεγέθη,

magnitudines, & in lineas, & in superficies, & circularia theoremata. Quem ordinem secutus est in definitionibus, & suppositionibus huius libri. Genere porro demonstrãdi vsus est, non qui per compositionem procedit, sed per resolutionem, vt à Pappo in commentariis ad hunc librum fusè satis ostensum est

καὶ εἰς γραμμαὶ, καὶ ἐπίπεδα καὶ κυκλικὰ θεωρήματα. τῇ δὲ ὁμοίᾳ τάξει ἐχρήσατο καὶ ἐπὶ τῶν ὅρων, ἤτοι ὑποθέσεων τοῦ βιβλίου. τρόπῳ δὲ διδασκαλίας οὐ κατὰ σύνθεσιν ἐνταῦθα ἠκολούθησεν, ἀλλὰ τῷ κατὰ ἀνάλυσιν, ὡς ὁ Παππὸς ἱκανῶς ἀπέδειξεν ἐν τοῖς εἰς τὸ βιβλίον ὑπομνήμασι.

FINIS.

Quæ tibi, benigne Lector, inter demonstrationum aut etiam scholiorum textum occurrent Alphabetica elementa, ea te ad numeros qui in marginibus positi sunt reuocabunt, qui si solitarij fuerint, huius operis; si duplices elementorum Geometricorum propositiones tibi indicabunt, ita vt prior numerus propositionem, posterior librum exprimat, ex quibus eorum quæ in demonstratione dicuntur firmamentum petere debeas. Cruces autem ad ea loca vbi positæ sunt, pertinere scholia sequentia tibi significabunt.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ
ΔΕΔΟΜΕΝΑ.

EVCLIDIS DATA.

ΟΡΟΙ.

α. Δεδομένα τῷ μεγέθει λέγεται, χωρία τε, καὶ γωνίαι, οἷς δυνάμεθα ἴσα πορίσασθαι.

β. Λόγος δεδόσθαι λέγεται, ᾧ δυνάμεθα τὸν αὐτὸν πορίσασθαι.

γ. Εὐθύγραμμα σχήματα τῷ εἴδει δεδόσθαι λέγεται, ὧν αἵ τε γωνίαι δεδομέναι εἰσὶν κατὰ μίαν, καὶ οἱ λόγοι τῶν πλευρῶν πρὸς ἀλλήλους δεδομένοι.

δ. Τῇ θέσει δεδόσθαι λέγεται, σημεῖά τε, καὶ γραμμαὶ, καὶ γωνίαι, ἃ τὸν ἀεὶ τόπον ἔχει.

ε. Κύκλος τῷ μεγέθει, δεδόσθαι λέγεται, οὗ δέδοται ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῷ μεγέθει.

ϛ. Τῇ θέσει δὲ καὶ τῷ μεγέθει κύκλος δεδόσθαι λέγεται, οὗ δέδοται τὸ μὲν κέντρον τῇ θέσει, καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῷ μεγέθει.

ζ. Τμήματα κύκλου τῷ μεγέθει δεδόσθαι λέγεται, ἐν οἷς αἵ τε

DEFINITIONES.

1. DATA magnitudine dicuntur, ſpatia, lineæ, angulique, quibus æqualia poſſumus inuenire.

2. Ratio dari dicitur, cui poſſumus eandem inuenire.

3. Rectilineæ figuræ ſpecie dari dicuntur, quarum & ſinguli anguli dati ſunt, & laterum rationes ad inuicem datæ ſunt.

4. Poſitione dari dicuntur puncta, lineæ, angulique, quæ eundem ſitum ſemper obtinent.

5. Circulus magnitudine dari dicitur, cuius datur ea quæ ex centro eſt magnitudine.

6. Poſitione & magnitudine dari dicitur circulus, cuius datur centrum poſitione, & ea quæ ex centro eſt magnitudine.

7. Circuli ſegmenta magnitudine dari dicuntur, in quibus anguli ma-

gnitudine dati sunt, & segmentorum bases magnitudine.

γωνίαι δεδομέναι εἰσὶν, καὶ αἱ βάσεις τῶν τμημάτων τῷ μεγέθει.

8. Positione & magnitudine dari dicuntur circuli segmenta, in quibus anguli magnitudine dati sunt, & segmentorum bases positione, & magnitudine.

η. Τῇ θέσει δὲ καὶ τῷ μεγέθει τμήματα δεδόσθαι λέγεται, ἐν οἷς αἵ τε γωνίαι δεδομέναι εἰσὶ τῷ μεγέθει, καὶ αἱ βάσεις τῶν τμημάτων τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει.

9. Magnitudo, magnitudine maior est, datâ, quando ablatâ datâ, reliqua eidem æqualis est.

θ. Μέγεθος, μεγέθους, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν, ὅταν ἀφαιρεθέντος τοῦ δοθέντος, τὸ λοιπὸν τῷ αὐτῷ ἴσον ᾖ.

Id est si fuerint duę magnitudines inæquales, & prima illarum superet secundam dato excessu, prima secundâ maior esse dicetur, datâ, siue dato excessu. Sunto exempli gratia duæ magnitudines inæquales ΑΓ, ΒΓ, superet autem ΑΓ ipsam ΒΓ dato excessu, sine datâ magnitudine, quæ esto ΑΒ. Dicetur ΑΓ maior ipsâ ΒΓ dato excessu, siue datâ. Namque ablatâ ΑΒ reliqua ΒΓ eidem ΒΓ æqualis est. Nec interest vtrum binæ magnitudines inæquales datæ sint, modò datus sit excessus, quo maior excedit minorem.

Α Β Γ

10. Magnitudo magnitudine minor est, datâ, quando adiunctâ datâ, totâ eidem æqualis est.

ι. Μέγεθος μεγέθους, δοθέντι, ἔλαττόν ἐστιν, ὅταν προστεθέντος τοῦ δοθέντος, τὸ ὅλον τῷ αὐτῷ ἴσον ᾖ.

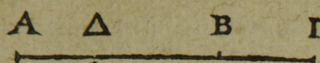
Id est, si fuerint duæ magnitudines inæquales, superetur autem minor à maiore dato excessu, minor maiore minor esse dicetur datâ, siue dato excessu. Sunto exempli gratia duæ magnitudines inæquales ΑΓ, ΒΓ, sit ΑΓ maior, ΒΓ minor. Superetur autem ΒΓ ab ipsa ΑΓ dato excessu, siue datâ magnitudine ΑΒ. Dicetur ΒΓ minor ipsâ ΑΓ dato excessu, siue datâ. Etenim si magnitudini ΒΓ minori adiiciatur datus excessus, quo exceditur à maiore, composita ex ΑΒ ΒΓ ipsi ΑΓ æqualis erit. Nec interest vtrum binæ magnitudines inæquales datæ sint, modo datus sit excessus, quo maior excedit minorem.

Α Β Γ

11. Magnitudo magnitudine maior est, datâ, quàm in ratione, quando ablatâ datâ, reliqua ad eamdem habet rationem datam.

ια. Μέγεθος μεγέθους, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ, ὅταν ἀφαιρεθέντος τοῦ δοθέντος, τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχει δεδομένον.

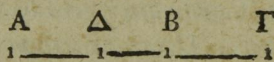
Id eſt, ſi fuerint duæ magnitudines, & ab vnâ earum auferatur data magnitudo, reliqua autem magnitudo, habeat ad totam rationem datam, ſiue maioris æqualitatis, ſiue minoris inæqualitatis, illa prima magnitudo, ſecundâ magnitudine maior eſſe dicetur, datâ, quàm in ratione. Sunto exempli gratiâ duæ magnitudines ΑΓ, ΒΓ, & à magnitudine ΑΓ auferatur data magnitudo ΑΔ, habeat autem reliqua ΔΓ ad totam ΒΓ rationem datam maioris inæqualitatis, nempe duplam. Dicetur ΑΓ ipsâ ΒΓ maior eſſe datâ, quam in ratione: quia ablatâ datâ nempe ΑΔ, reliqua ΔΓ habet ad ΒΓ rationem datam.



ιβ. Μέγεθος μεγέθους, δοθέντι, ἔλλασσόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ, ὅταν προστεθέντος τοῦ δοθέντος, τὸ ὅλον πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον, ἔχει δεδομένον.

12. Magnitudo magnitudine minor eſt, datâ, quam in ratione, quando adiunctâ datâ, tota ad eamdem rationem habet datam.

Id eſt, ſi fuerint duæ magnitudines, & vni earum adiiciatur data magnitudo, compoſita autem magnitudo habeat ad aliam magnitudinem rationem datam, ſiue maioris inæqualitatis ſiue minoris, prima illa magnitudo, ſecundâ minor eſſe dicetur, datâ, quam in ratione. Sunto exempli gratiâ duæ magnitudines ΑΒ, ΒΓ alteri autem earum nempe ΔΒ adiiciatur datâ magnitudo ΑΔ habeat autem ex ΑΒ ΔΒ, compoſita magnitudo ΑΒ ad ΒΓ rationem datam nempe duplam, dicetur ΔΒ ipsâ ΒΓ minor eſſe, datâ, quàm in ratione. Etenim adiunctâ datâ magnitudine ΑΔ, compoſita ΑΒ habeat ad ΒΓ rationem datam nempe duplam.



ιγ. Κατηγμένη ἐστὶν, ἀπὸ δεδομένου σημείου, ἐπὶ θέσει εὐθεῖαν ἀγομένη εὐθεῖα, ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ.

13. Deducta linea dicitur à dato puncto, ad datam poſitione rectã, acta recta in angulo dato.

ιδ. Ανηγμένη ἐστὶν ἡ ἀπὸ δεδομένου σημείου πρὸς θέσει εὐθεῖαν ἀγομένη εὐθεῖα ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ.

14. Educta linea dicitur, à dato puncto ad datam poſitione rectam, acta recta in angulo dato.

ιε. Παρὰ θέσει ἐστὶν, ἡ διὰ δεδομένου σημείου θέσει εὐθεῖα παράλληλος ἀγομένη.

15. Contra poſitione eſt, recta per datum punctum, parallela acta alteri rectæ.

Quæ deinceps ſub ſcholiaſtæ veteris nomine ſcholia ſequentur, ea ex Græco ſe Latinè tranſtuliſſe teſtatur Zambertus, ſed in tribus Bibliothecæ Regiæ manuſcriptis Codicibus, ex quibus hunc Datorum librum edidimus, quoſque Clariſſimus Eruditiſſimúſque vir, Nicolaus Rigaltius Regis Chriſtianiſſimi Bibliothecarius, nobis communicauit (cui ob eam cauſam & ego plurimùm debeo, & ij plurimum debebunt quos ex hâc opellâ noſtrâ, aliquam percipere vtilitatem contigerit) nullibi viſa ſunt. Obſcuriſſima ſanè & alicubi confuſa, partim ordine ſuo digeſſi, partim meliora facere tentaui immutatis correctiſque iis quæ mutanda corrigendáque exiſtimaui; idque eò libentius quòd omittenda eſſe non duxerim, ſiquidem ea quidpiam ad huius operis clariorem intellectum vtile continere mihi viſa ſunt. Vtinam tibi ex Græco licuiſſet exhibere; qualia cumque autem eduntur à me, æqui bonique conſule.

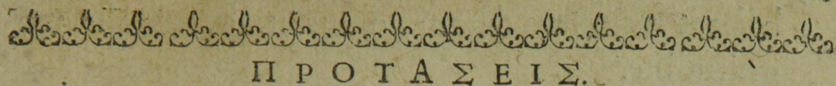
VETVS SCHOLIASTES.

Scholium primum.

Datorum aliqua magnitudine data ſunt. Datum porro quadrupliciter dicitur, aut enim quidpiam magnitudine, aut ſpecie, aut ratione, aut poſitione dari dicitur, quid autē horum vnumquodq; ſignificet, ipſe Euclides docet. Communiter verò dicitur datum, cui idem poſſumus inuenire & exhibere. Datorum autem tractationem in eodem plano accipimus, quemadmodum in ſex prioribus libris elementorum.

Scholium ſecundum.

Data ſunt quæ definita ſunt, hoc eſt, quorum finis datur, aut ſecundum intellectum, aut ſecundum ſenſum. Poteſt autem & id, quod irrationale eſt, datum eſſe, vt inquit Pappus in principio eorum, quæ ad Euclidem ſcripſit. Tres porro vltimas magnitudinum definitiones aiunt eſſe Apollonij.



ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.

PROPOSITIONES.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ α.

Τῶν δεδομένον μεγεθῶν, ὁ λόγος ὁ πρὸς ἄλληλα δέδοται.

PROPOSITIO I.

Datarum magnitudinum, ad inuicem data ratio est.

Ἔστω δεδομένα μεγέθη τὰ Α, Β, λέγω ὅτι τοῦ Α πρὸς τὸ Β λόγος ἐστὶ δοθείς.

Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὸ Α, δυνατόν ἐστιν αὐτῷ ἴσον ποείσασθαι, πεποιείσθω καὶ ἔστω τὸ Γ. Πάλιν ἐπεὶ δεδομένον ἐστὶ τὸ Β, δυνατόν ἐστιν αὐτῷ ἴσον ποείσασθαι. πεποιείσθω καὶ ἔστω Δ. Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν Α τῷ Γ, τὸ δὲ Β τῷ Δ. Ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτω τὸ Β πρὸς τὸ Δ. ἐναλλὰξ ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς Β, οὕτω τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. Τοῦ Α ἄρα πρὸς τὸ Β λόγος ἐστὶ δοθείς. ὁ αὐτὸς γὰρ αὐτῷ πεπόεισται, ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸ Δ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Etenim datæ sunto magnitudines A, B. Dico quòd ratio ipsius A, ad B data est.

Siquidem cum detur magnitudo A, *a* possumus illi inuenire æqualem. Inueniatur & esto Γ. *a 1. def.* Iterum cum data sit magnitudo B. illi possumus inuenire æqualem. Inueniatur & esto Δ. Quandoquidem A æqualis est ipsi Γ & B ipsi Δ. Igitur est vt A *b* ad Γ, ita B ad Δ. Et *c* alternatim A ad B, ita Γ ad Δ. *b 7. 5.* Igitur *c 16. 5.* ipsius A ad B data ratio est. Eadem *d* enim est ratio ipsius Γ ad Δ quod oportuit demonstrare. *d 2. def.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ β.

Ἐὰν δεδομένον μέγεθος, πρὸς ἄλλο τι μέγεθος λόγον ἔχει δεδομένον, δέδοται κἀκεῖνο τῷ μεγέθει.

PROPOSITIO 2.

Si data magnitudo, ad aliam aliquam magnitudinem

habeat rationem datam, datur etiam hæc alia, magnitudine.

Etenim data magnitudo A ad aliam magnitudinem B, habeto rationem datam.

Dico quod & ipsa B magnitudine data est. Siquidem cum data sit A, possumus illi æqualem inuenire.

A B Γ Δ

Inueniatur, & esto Γ. Iam cum data sit ratio ipsius A ad B. Ita enim supponitur, possumus eandem inuenire. Inueniatur & esto ratio ipsius Γ ad Δ. Quandoquidem est vt A ad B, ita Γ ad Δ. Alternatim est vt A ad Γ, ita B ad Δ. Æqualis
a 14. 5. est autem A ipsi Γ.[a] Igitur æqualis est B ipsi Δ. Igitur magnitudo B data est. Etenim illi æqualis posita est Δ.

Δεδομένον γὰρ μέγεθος τὸ Α πρὸς ἄλλο τι μέγεθος τὸ Β λόγον ἐχέτω δεδομένον.

Λέγω ὅτι δέδοται καὶ τὸ Β τῷ μεγέθει. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὸ Α, δυνατόν ἐστιν αὐτῷ ἴσον ποιήσασθαι. Πεποιήσθω καὶ ἔστω Γ. Καὶ ἐπεὶ δέδοται ὁ τοῦ Α πρὸς τὸ Β λόγος, οὕτω γὰρ ὑπόκειται, δυνατόν ἐστιν αὐτῷ τὸν ἴσον ποιήσασθαι. Πεποιήσθω καὶ ἔστω ὁ τοῦ Γ πρὸς τὸ Δ λόγος. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτω τὸ Γ πρὸς τὸ Δ. ἐναλλὰξ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτω τὸ Β πρὸς τὸ Δ. ἴσον δὲ τὸ Α τῷ Γ, ἴσον ἄρα τὸ Β τῷ Δ. δέδοται ἄρα τὸ Β μέγεθος. ἴσον γὰρ αὐτῷ πεποίηται τὸ Δ.

VETVS SCHOLIASTES.

Hæc præcedentis propositionis conuersa est aliquomodo, sed non vniuersaliter, esset enim vniuersaliter præcedentis conuersa, si magnitudines, quæ haberent ad inuicem rationem datam, magnitudine darentur. At ij qui eam esse præcedentis conuersam volunt, magnitudines quæ habeant ad inuicem rationem datam, magnitudine datas esse dicunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ γ.

Ἐὰν δεδομένα μεγέθη ὁποσαοῦν συντεθῇ, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν συγκείμενον δεδομένον ἔσται.

PROPOSITIO 3.

Si quotlibet datæ magnitudines componantur, etiam ea dabitur, quæ ex his componitur magnitudo.

Δια συγκείσθω γὰρ ὁποσαοῦν δεδομένα μεγέθη, τὰ ΑΒ, ΒΓ. Λέγω ὅτι καὶ τὸ ἐκ τῶν ΑΒ, ΒΓ συγκείμενον τὸ ΑΓ δεδομένον ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὸ ΑΒ, δυνατόν ἐστιν αὐτῷ ἴσον ποιήσασθαι. πεποιήσθω καὶ ἔστω τὸ ΔΕ. Πάλιν ἐπεὶ δέδοται τὸ ΒΓ, δυνατόν ἐστιν αὐτῷ ἴσον ποιήσασθαι. Πεποιήσθω καὶ ἔστω τὸ ΕΖ. Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΒ τῷ ΔΕ, τὸ δὲ ΒΓ τῷ ΕΖ. Ὅλον ἄρα τὸ ΑΓ, ὅλῳ τῷ ΔΖ ἐστὶν ἴσον. Δέδοται ἄρα τὸ ΑΓ. ἴσον γὰρ αὐτῷ πεποίηται τὸ ΔΖ.

A

B

Γ

Δ

E

Z

Etenim componantur quotlibet magnitudines datæ AB, BΓ.

Dico quod datur magnitudo AΓ, quæ componitur ex magnitudinibus AB, BΓ. Etenim cum detur AB, possumus illi inuenire æqualem. Inueniatur & esto ΔE. Rursus cum detur BΓ, possumus illi inuenire æqualem. Inueniatur & esto EZ. Igitur quandoquidem æqualis est AB, ipsi ΔE. Est autem BΓ ipsi EZ æqualis. Igitur tota AΓ, toti ΔZ [a] æqualis est. a 2.ax.1. Igitur data est AΓ. Etenim illi [b] b 1.def. posita est æqualis ΔZ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ δ.

Ἐὰν ἀπὸ δεδομένου μεγέθους, δεδομένον μέγεθος ἀφαιρεθῇ, τὸ λοιπὸν δεδομένον ἔσται.

PROPOSITIO 4.

Si à datâ magnitudine, data magnitudo aufferatur, etiam ea dabitur quæ reliqua est magnitudo.

Ἀπὸ γὰρ δεδομένου μεγέθους τοῦ ΑΓ, δεδομένον μέγεθος ἀφῃρήσθω τὸ ΑΒ.

Λέγω ὅτι καὶ τὸ λοιπὸν τὸ ΓΒ

Etenim à datâ magnitudine AΓ, aufferatur data magnitudo AB.

Dico quòd data est residua ma-

gnitudo ΓB. Siquidē cum data sit AΓ, possumus illi inuenire æqualem. Inueniatur & esto ΔZ. Rursus cum data sit AB possumus illi inuenire æqualem Inueniatur & esto ΔE. Igitur cum magnitudo quidē AΓ magnitudini ΔZ, magnitudo autem AB magnitudini ΔE æqualis sit. Igitur [a] reliqua BΓ reliquæ EZ æqualis est. Igitur data est BΓ: æqualis enim ipsi posita est EZ.

a 3. ax. 1

A B Γ

Δ E Z

δεδομένον ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὸ AΓ, δυνατόν ἐστι αὐτῷ ἴσον πορίσασθαι. Πεποριέσθω, καὶ ἔστω τὸ ΔZ. Πάλιν ἐπεὶ δέδοται τὸ AB δυνατόν ἐστιν αὐτῷ ἴσον πορίσασθαι. Πεπορίσθω καὶ ἔστω τὸ ΔE. Ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶν τὸ μὲν AΓ τῷ ΔZ, τὸ δὲ AB τῷ ΔE. λοιπὸν ἄρα τὸ BΓ, τῷ λοιπῷ EZ ἴσον ἐστίν. δέδοται ἄρα τὸ BΓ, ἴσον γὰρ αὐτῷ πεπόρισται τὸ EZ.

VETVS SCHOLIASTES.

Et hæc propositio præcedentis minimè conuersa est. Siquidem propriè conuersa esset superioris, si data magnitudo, cum in quascunque magnitudines diuisa fuerit, vnaquæque earum in quas diuiditur, data foret, quia nempe quæ eidem eædem sunt rationes, & inter se sunt eædem, vt clarum est ex 11. lib. 5. elementorum.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ε.

Ἐὰν μέγεθος, πρὸς ἑαυτοῦ τι μέρος λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς τὸ λοιπὸν λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 5.

Si magnitudo, ad suiipsius aliquam partem habeat rationem datam, etiam ad reliquam habebit rationem datam.

Etenim magnitudo AΓ, ad suiipsius partem aliquam AB, habeto rationem datam.

Dico quod ad reliquam ΓB ha-

Μέγεθος γὰρ τὸ AΓ πρὸς ἑαυτοῦ τι μέρος τὸ AB, λόγον ἐχέτω δεδομένον.

Λέγω ὅτι καὶ πρὸς τὸ λοιπὸν τὸ BΓ λόγον

λόγον ἔχει δεδομένον.

Κείσθω γὰρ δεδομένον μέγεθος τὸ ΔΖ. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ δοθεὶς ὁ τοῦ ΑΓ πρὸς τὸ ΑΒ, ὁ αὐτὸς αὐτῷ πεποιήσθω, ὁ τοῦ ΖΔ πρὸς τὸ ΔΕ, λόγος ἄρα ἐστὶν ὁ τοῦ ΖΔ πρὸς ΔΕ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ ΖΔ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΔΕ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΕΖ δοθέν ἐστιν. Ἔστι δὲ καὶ τὸ ΔΖ δοθέν. λόγος ἄρα τοῦ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ δοθείς. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ ΔΖ πρὸς ΔΕ, οὕτως καὶ τὸ ΑΓ πρὸς ΑΒ. ἀναστρέψαντι ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ οὕτω τὸ ΑΓ πρὸς τὸ ΒΓ. Λόγος δὲ τοῦ ΔΖ πρὸς ΖΕ δοθείς, ὡς δέδεικται. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΒ πρὸς τὸ ΒΓ δοθείς.

bebit rationem datam.

Siquidem exponatur data magnitudo ΔZ, & quia ratio magnitudinis AΓ ad magnitudinem AB data eſt, fiat eadem ipſius ZΔ ad ΔE. Igitur data eſt ratio ipſius ZΔ ad ΔE. Eſt autem ZΔ data. Igitur [a] data eſt ΔE. [a 2.] Igitur & [b] reliqua EZ data eſt. [b 3] Data eſt autem ΔZ. Igitur [c] ratio ipſius ΔZ ad ZE data eſt. [c 1] Et quia eſt vt ΔZ ad ΔE, ita & AΓ ad AB. Igitur [d] conuertendo, eſt ΔZ ad ZE, ita AΓ ad ΓB. [d 19. 5.] Eſt autem ipſius ΔE ad ZE data ratio, vt oſtenſum eſt. Igitur magnitudinis AΓ ad BΓ data ratio eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϛ.

Ἐὰν δύο μεγέθη συντεθῇ, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα δεδομένον, καὶ τὸ ὅλον πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν, λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 6.

Si componantur duæ magnitudines habentes ad inuicem rationem datam, & quæ ex his componitur magnitudo, habebit ad vtramque rationem datam.

Συγκείσθω γὰρ δύο μεγέθη ΑΒ, ΒΓ, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα δεδομένον.

Λέγω ὅτι καὶ ὅλον τὸ ΑΓ,

Componantur enim duæ magnitudines AB, BΓ, habẽtes ad inuicem rationem datam.

Dico quod tota AΓ, ad vtram-

que AB, BΓ, rationem habet datam. Exponatur ſiquidẽ data magnitudo ΔE, & quia ratio ipſius AB ad BΓ, data eſt. Fiat eadem ipſius ΔE ad EZ. Igitur ipſius † ΔE ad EZ data ratio eſt. Eſt autem vtraque magnitudinũ ΔE [a] EZ data. Igitur [b] ipſius ΔZ ad vtramque ΔE, EZ data ratio eſt, & quia eſt vt AB ad BΓ, ita ΔE ad ZE. Igitur [c] componendo erit vt AΓ ad BΓ, ita ΔZ ad ZE. Et [d] conuertendo vt AΓ ad BA, ita ΔZ ad ΔE. Et quia eſt vt ΔZ ad vtramq; ΔE, EZ. Ita AΓ ad vttamque AB, ΓB. Igitur ipſius AΓ ad vtramq; AB, BΓ data ratio eſt.

a 2.
b 3. & 1
c 18. 5.
d Cor. 19. 5.

A | Δ
B | E
Γ | Z

πρὸς ἑκάτερον τ͂ AB, BΓ, λόγον ἔχει δεδομένον. Ἐκκείσθω γὰρ δεδομένον μέγεθος τὸ ΔE, κ̀ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τοῦ AΓ πρὸς ΓB δοθεὶς, ὁ αὐτὸς αὐτῷ πεποιήσθω ὁ τοῦ ΔE πρὸς EZ. ὁ ἄρα τοῦ ΔE πρὸς EZ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἔστι δὲ ἑκάτερον τῶν ΔE, EZ δοθέν. λόγος ἄρα τοῦ ΔZ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΔE, EZ δοθείς. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς ΓB, οὕτω ΔE πρὸς EZ. Συνθέντι ἄρα ὡς τὸ AB πρὸς BΓ, οὕτω τὸ ΔZ πρὸς ZE. καὶ ἀναστρέψαντι ὡς τὸ AΓ πρὸς AB οὕτως τὸ ΔE πρὸς ΔE. Καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ΔZ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΔE, EZ, οὕτω τὸ AΓ πρὸς ἑκάτερον τ͂ AB, ΓB. Λόγος ἄρα κ̀ τοῦ AB, πρὸς ἑκάτερον τῶν AB, ΓB δοθείς.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Duarum ſiquidem magnitudinum datur ad inuicem ratio, eandem enim ipſius ΔZ ad ZE rationem exhibemus.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ζ.

Ἐὰν δεδομένον μέγεθος εἰς δεδομένον λόγον διαιρεθῇ, ἑκάτερον τῶν τμημάτων δεδομένον ἐστίν.

PROPOSITIO 7.

Si data magnitudo, datâ, ratione ſecetur, vtrumque ſegmentum datum eſt.

Δεδομένον γὰρ μέγεθος τὸ ΑΓ εἰς δεδομένον λόγον διῃρήσθω τὸν τοῦ ΑΒ πρὸς ΓΒ. Λέγω ὅτι ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΒΓ δοθέν ἐστιν. Ἐπεὶ γὰρ λόγος ἐστὶ τοῦ ΑΒ πρὸς ΓΒ δοθείς. Λόγος ἄρα τοῦ ΑΓ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΓΒ δοθείς, δοθὲν δὲ τὸ ΑΓ, δοθὲν ἄρα καὶ ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΓΒ.

Etenim data magnitudo ΑΓ secetur ratione datâ, nempe ipsius ΑΒ ad ΒΓ: Dico quòd vtrumque ΑΒ, ΒΓ segmentũ datum erit. Quandoquidem enim ratio ipsius ΑΒ ad ΓΒ data est. Igitur ratio [a] ipsius ΓΑ ad vtrumque ΑΒ, ΓΒ data est. Datum est autem ΑΓ: igitur vtrumque segmentorum [b] ΑΒ, ΓΒ datum est. a 6. b 2.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ η.

Τὰ πρὸς αὐτὸ λόγον ἔχοντα δεδομένον, καὶ πρὸς ἄλληλα λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 8.

Quæ ad idem, rationem habent datam, habebunt ad inuicem rationem datam.

Ἐχέτω γὰρ ἑκάτερον τῶν Α, Γ, πρὸς τὸ Β λόγον δεδομένον. Λέγω ὅτι καὶ τὸ Α πρὸς τὸ Γ λόγον ἕξει δεδομένον. Ἔστω γὰρ δεδομένον μέγεθος τὸ Δ, καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τοῦ Α πρὸς τὸ Β δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ πεποιήσθω ὁ τοῦ Δ πρὸς τὸ Ε. δοθὲν δὲ τὸ Δ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ε. Πάλιν ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τοῦ Β πρὸς Γ δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ πεποιήσθω ὁ τοῦ Ε πρὸς Ζ. δοθὲν δὲ τὸ Ε. δοθὲν

Vtraque enim magnitudinum Α, Γ, ad magnitudinem Β habeto rationem datam: Dico quòd magnitudo Α, ad magnitudinem Γ habebit rationem datã. Exponatur enim data magnitudo Δ. Cumque ratio ipsius Α, ad Β data sit: Fiat eadem ipsius Δ ad Ε. Est autem Δ data. Igitur Ε [c] data erit. Rursus quandoquidẽ ipsius Β ad Γ data ratio est, fiat eadem ipsius Ε ad Ζ. Est autem Ε [d] data. Igitur c 2. d 2.

Z data eſt. Data autem eſt Δ, igitur ipſius Δ ad Z data ratio eſt. Cumque ſit vt A ad B, ita Δ ad E, vt autem B ad Γ, ita E ad Z: ex æquo igitur [a] erit vt A
a 22.5. ad Γ, ita Γ ad Z. Eſt autem ratio ipſius Δ ad Z data. Igitur & ratio ipſius A ad Γ data eſt.

ἄρα καὶ τὸ Z. Ἔστι δὲ καὶ τὸ Δ δοθέν. Λόγος ἄρα τοῦ Δ πρὸς τὸ Z ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B. οὕτω τὸ Δ πρὸς τὸ E. ὡς δὲ τὸ B πρὸς τὸ Γ, οὕτω τὸ E πρὸς τὸ Z. δι᾽ ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ A πρὸς τὸ Γ, οὕτω τὸ Δ πρὸς Z. λόγος δὲ τοῦ Δ πρὸς τὸ Z δοθείς. λόγος ἄρα καὶ ὁ τοῦ A πρὸς τὸ Γ δοθείς.

VETVS SCHOLIASTES.

[a] *Quippe æqua ratio eſt ex 17. def. & 22.5. Elementorum.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ θ.

Ἐὰν δύο ἢ πλείονα μεγέθη, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ δεδομένον, ἔχῃ δὲ τὰ αὐτὰ μεγέθη πρὸς ἄλλα τινὰ μεγέθη λόγους δεδομένους, εἰ καὶ μὴ τοὺς αὐτοὺς, κἀκεῖνα τὰ μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 9.

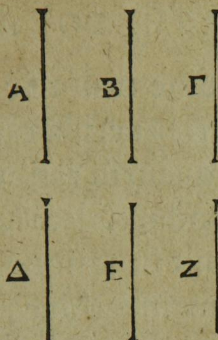
Si duæ pluréſve magnitudines, ad inuicem habeant rationem datam, habeant autem illæ magnitudines, ad alias quaſdam magnitudines rationes datas, etſi non eaſdem, illæ aliæ magnitudines, etiam ad inuicem habebunt rationes datas.

Etenim duæ pluréſve magnitudines A, B, Γ, habento ad inuicẽ rationẽ datã: habento autẽ & illæ eædem magnitudines A, B, Γ, ad alias quaſdam magnitudines Δ, E, Z, rationes datas, non eaſdem tamen.
Dico ipſarum Δ, E, Z, ad inuicem

Δύο γὰρ ἢ πλείονα μεγέθη τὰ A, B, Γ, πρὸς ἄλληλα λόγον ἐχέτω δεδομένον. ἐχέτω δὲ τὰ αὐτὰ μεγέθη τὰ A, B, Γ, πρὸς ἄλλα τινὰ μεγέθη τὰ Δ, E, Z, λόγους δεδομένους, μὴ τοὺς αὐτοὺς δέ.
Λέγω ὅτι τῶν Δ, E, Z, πρὸς ἀλλη-

λα λόγος ἐστὶ δοθείς.

Ἐπεὶ γὰρ λόγος ἐστὶ τοῦ Α πρὸς τὸ Β δοθείς, τοῦ δὲ Α πρὸς τὸ Δ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ Δ ἄρα πρὸς τὸ Β λόγος ἐστὶ δοθείς. πάλιν ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τοῦ Β πρὸς τὸ Γ δοθείς, τοῦ δὲ Β πρὸς τὸ Ε λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τοῦ Ε ἄρα πρὸς τὸ Γ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ Γ πρὸς τὸ Ζ. λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ Ε ἄρα πρὸς τὸ Ζ λόγος ἐστὶ δοθείς. τὰ Δ, Ε, Ζ, ἄρα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει δεδομένον.



rationem eſſe datam.

Siquidem cum ratio ipſius A ad B data ſit. Ipſius autem A ad Δ data ratio ſit. Igitur ipſius Δ ad B *a* data ratio eſt. Iterum quandoquidem ipſius B ad Γ data ratio eſt, ipſius autem B ad E data ratio eſt. Igitur ipſius *b* E ad Γ data ratio eſt. Ipſius autem Γ ad Z data ratio eſt. Igitur ipſius E *c* ad Z data ratio eſt. † Igitur Δ, E, Z, ad inuicem habent rationem datam. a 8.

† Oſtenſum eſt ipſius E ad Z rationem eſſe datam ; oſtendemus autem ipſius Δ ad E, ac proinde ipſius Δ ad Z rationem eſſe datam. Quandoquidem ipſius Δ ad B data ratio eſt, ipſius autem B ad E data ratio eſt. Igitur ipſius Δ ad E data ratio eſt. Ipſius autem E ad Z data ratio eſt, igitur ipſius Δ ad Z data ratio eſt.

VETVS SCHOLIASTES.

Sic enim ſe habet demonſtratio, omnibus eo modo ſe habentibus, vel ratio propoſitarum magnitudinum ad alias quaslibet eadem eſt, vel illæ quælibet aliæ magnitudines habebunt ad inuicem rationem datam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ι.

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους, δοθέντι μεῖζον ᾖ, ἢ ἐν λόγῳ, καὶ τὸ συναμφότερον, τοῦ αὐτοῦ δοθέντι μεῖζον ἔσται ἢ ἐν λόγῳ, καὶ ἐὰν τὸ συναμφότερον τοῦ αὐτοῦ δοθέντι μεῖζον ᾖ, ἢ ἐν λόγῳ, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ αὐτοῦ ἤτοι δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ, ἢ τὸ λοιπὸν μετὰ τοῦ ἐξῆς, πρὸς ὃ τὸ ἕτερον λόγον ἔχει δεδομένον, δοθέν ἐστι.

PROPOSITIO 10.

Si magnitudo magnitudine maior fuerit, datâ, quam in ratione, & ſimul vtraque, illâ eâdem magnitudine maior erit, datâ, quàm in ratione: ſin autem ſimul vtraque magnitudo, eâdem magnitudine maior fuerit, datâ, quam in ratione, aut, illâ eâdem maior erit, datâ, quam in ratione, aut reliqua data eſt, cum conſequenti, ad quam habet altera magnitudo rationem datam.

ETenim magnitudo A B, magnitudine B Γ, maior eſto, datâ quam in ratione.

Dico quod ſimul vtraque A Γ, eâdem Γ B maior eſt, datâ, quam in ratione.

A Δ B Γ

Quandoquidem enim A B ipsâ B Γ maior eſt, datâ, quam in ratione. Auferatur data magnitudo, A Δ. Igitur [a] reliquæ Δ B ad B Γ data ratio eſt. Et componendo [b] ipſius Δ Γ ab B Γ data ratio eſt, ſed & data eſt magnitudo A Δ, igitur Γ A ipſa Γ B maior eſt datâ quam in ratione.

a 11. def.
b 18. 5.

Rurſus magnitudo A Γ, magnitudine B Γ maior eſto, datâ, quam in ratione. Dico † quod reliqua A B eâdem B Γ, aut maior eſt, datâ, quam in ratione, aut quod data eſt ipſa A B, cum con-

A Δ B E Γ

ΜΕγεθος γὰρ τὸ A B, μεγέθους τοῦ B Γ, δοθέντι, μεῖζον ἔστω ἢ ἐν λόγῳ.

Λέγω ὅτι καὶ τὸ συναμφότερον τὸ A Γ, τοῦ αὐτοῦ τοῦ Γ B δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ A B τοῦ B Γ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. Ἀφῃρήσθω τὸ δοθὲν μέγεθος τὸ A Δ. λοιποῦ ἄρα τοῦ Δ B πρὸς τὸ B Γ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ συνθέντι τοῦ Δ Γ πρὸς τὸ Γ B λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ A Δ, τὸ Γ A ἄρα τοῦ Γ B δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

Πάλιν δὲ τὸ A Γ τοῦ Γ B δοθέντι μεῖζον ἔστω ἢ ἐν λόγῳ. Λέγω ὅτι τὸ λοιπὸν τὸ A B τοῦ αὐτοῦ τοῦ B Γ ἤτοι δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ, ἢ τὸ A B μετὰ τοῦ ἑξῆς, πρὸς ὃ τὸ

ΒΓ λόγον ἔχει δοθέντα, δοθέν ἐστιν.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΑΓ τοῦ ΒΓ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν, ἢ ἐν λόγῳ ἀφῃρήσθω τὸ δοθὲν μέγεθος. τὸ δὴ δοθὲν ἤτοι ἔλασσόν ἐστιν, τοῦ ΑΒ, ἢ μεῖζον. Ἔστω πρότερον ἔλασσον καὶ ἔστω τὸ ΑΔ. Λοιποῦ ἄρα τοῦ ΔΓ πρὸς ΓΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. Διελόντι ἄρα τοῦ ΔΒ πρὸς ΒΓ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ΑΔ τὸ ΑΒ ἄρα τοῦ ΒΓ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. Ἀλλὰ δὴ τὸ δοθὲν μεῖζον ἔστω τοῦ ΑΒ, καὶ κείσθω αὐτῷ ἴσον τὸ ΑΕ. λόγος ἄρα τοῦ λοιποῦ τοῦ ΕΓ πρὸς τὸ ΓΒ δοθείς, καὶ ἀναστρέψαντι, ὁ τοῦ ΒΓ πρὸς ΒΕ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ ἔστι τὸ ΕΒ μετὰ τοῦ ΒΑ δοθέν. ὅλον γὰρ τὸ ΒΕ δοθέν ἐστι. τὸ ΒΑ ἄρα μετὰ τοῦ ἑξῆς, πρὸς ὃ τὸ ΒΓ λόγον ἔχει δοθέντα, δοθέν ἐστι.

ſequenti, ad quam ΒΓ habet rationem datam.

Etenim cum magnitudo ΑΓ magnitudine ΒΓ maior ſit datâ quam in ratione, auſſeratur data magnitudo. Iam data magnitudo, aut minor eſt magnitudine ΑΒ aut maior. Eſto primum minor, & ſit ΑΔ. Igitur reſiduæ ΔΓ, ad ΓΒ data ratio eſt. Igitur diuidendo ipſius ΔΒ ad ΒΓ data ratio eſt, & data eſt magnitudo ΑΔ, igitur magnitudo ΑΒ magnitudine ΒΓ maior eſt, datâ quam in ratione. Sed eſto, data magnitudo, maior magnitudine ΑΒ, & ponatur ipſi æqualis ΑΕ, igitur reliquæ †† ΕΓ ad ΓΒ data ratio eſt. Et a conuer- a Cor.
tendo ipſius ΒΓ ad ΒΕ, data ratio 19.5.
eſt. Igitur data eſt ΒΑ, cum conſequenti, ad quam ΒΓ rationem habet datam.

VETVS SCHOLIASTES.

Scholium primum.

† *Hoc eſt ſi magnitudo magnitudine maior ſit, datâ, quam in ratione componendo maior erit, datâ, quam in ratione. Exempli gratia, eſto magnitudo 23. quæ magnitudine aliâ 10. maior ſit, datâ, quam in ratione. Eſto autem data magnitudo 3. & magnitudinem 23. repreſentet magnitudo* ΑΒ, *magnitudinem 10. repræſentet magnitudo* ΒΓ, *datam autem magnitudinem 3. repræſentet* ΑΔ. *Dico quod* a *componendo tota* a 18.5.
magnitudo ΑΓ *quæ erit 33. magnitudine* ΒΓ *quæ erit 10. maior eſt, datâ, quam in ratione. Auſſeratur enim data magnitudo 3. Igitur* b *20.* b 11.def.
ad 10. habet rationem datam. Et componendo magnitudines compoſitæ ex 20. & 10. nempe 30. ad 10. data ratio eſt. Sed & data eſt 3. Igi-

tur magnitudo 33. *magnitudine* 10. *maior est, data, quam in ratione.*

Scholium secundum.

†† *Quandoquidem data est magnitudo* A E, *& ab illa ablata est magnitudo* A B. *Igitur reliqua magnitudo* B E [a] *data est, sed & data est* E Γ. *Igitur* [b] *ipsius* E Γ *ad* B Γ *data ratio est.*

a 4.
b 1.

Scholium tertium.

Vel data magnitudo, minor est magnitudine A B, *vel maior, vel æqualis. Ostensum est eo casu quo data magnitudo, minor est magnitudine* A B, *simul vtramq;* A Γ *ipsá* A B *maiorē esse, datá. Similiter ostensum est, quo casu data magnitudo, ipsá* B Γ *maior sit, datam esse consequentem ad quam* B Γ *habet rationem datam. Iam verò quo casu data magnitudo æqualis sit ipsi* A B *idem ostendemus. Etenim data magnitudo esto æqualis magnitudini* A B, *reliqua* B Γ, *reliquæ* B Γ *æqualis est: igitur habebit rationem datam.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ια.

Εὰν μέγεθος μεγέθους δοθέντι μεῖζον ᾖ, ἢ ἐν λόγῳ, τὸ αὐτὸ καὶ συναμφοτέρου, δοθέντι μεῖζον ἔσται ἢ ἐν λόγῳ. καὶ ἐὰν τὸ αὐτὸ, συναμφοτέρου δοθέντι μεῖζον ᾖ, ἢ ἐν λόγῳ, τὸ αὐτὸ καὶ τοῦ λοιποῦ δοθέντι μεῖζον ἔσται ἢ ἐν λόγῳ.

PROPOSITIO 11.

Si magnitudo magnitudine maior sit, data, quam in ratione, eadem simul vtrâque maior erit, datâ, quam in ratione. Et si eadem simul vtrâque maior sit, datâ, quam in ratione, eadem reliquâ magnitudine maior erit, datâ, quam in ratione.

Etenim magnitudo A E, magnitudine E Γ maior esto, datâ, quam in ratione.

Dico quod etiã magnitudine A Γ maior est, datâ, quam in ratione.

Μέγεθος γὰρ τὸ A E, τοῦ E Γ, δοθέντι, μεῖζον ἔστω ἢ ἐν λόγῳ.

Λέγω ὅτι καὶ τοῦ A Γ, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

Ἐπεὶ

Ἐπεὶ γὰρ τὸ Α Ε τοῦ Ε Γ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. Ἀφῃρήσθω τὸ δοθὲν μέγεθος, καὶ ἔστω τὸ Α Β. λοιποῦ ἄρα τοῦ Β Ε πρὸς τὸ Ε Γ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι λόγος ἐστὶ τοῦ Β Γ πρὸς τὸ Β Ε δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ Α Β πρὸς τὸ Β Δ. λόγος ἄρα τοῦ Α Β πρὸς τὸ Β Δ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ Α Β. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Δ Β. ὥστε καὶ λοιπὸν τὸ Α Δ δοθέν ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ὅλου τοῦ Α Γ πρὸς ὅλον τὸ Ε Δ λόγος δοθείς. ὥστε καὶ τοῦ Ε Δ πρὸς τὸ Α Γ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ Α Δ, τὸ Α Ε, ἄρα τοῦ Α Γ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

Ἀλλὰ δὴ τὸ Α Ε συναμφοτέρου τοῦ Α Γ, δοθέντι μεῖζον ἔστω ἢ ἐν λόγῳ. Λέγω ὅτι τὸ αὐτὸ τὸ Α Ε, καὶ τοῦ Ε Γ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. ἀφῃρήσθω τὸ δοθὲν μέγεθος τὸ Α Δ, λοιποῦ ἄρα τοῦ Δ Γ πρὸς τὸ Α Γ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥσπερ τοῦ Α Γ πρὸς τὸ Δ Γ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω, ὁ τοῦ Α Β πρὸς τὸ Β Δ. καὶ τοῦ Α Β ἄρα πρὸς τὸ Δ Β λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἀναστρέψαντι τοῦ Β Α πρὸς τὸ Α Δ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἀνάπαλιν τοῦ Δ Α, πρὸς τὸ Α Β λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ δοθὲν τὸ Α Δ δοθὲν ἄρα καὶ ὅλον τὸ Α Β. καὶ ἐπεὶ ὅλου τοῦ Α Γ πρὸς ὅλον τὸ Ε Δ λόγος ἐστὶ

A Δ B E Γ

Siquidem cum magnitudo A E, magnitudine E Γ maior sit, datâ, quam in ratione, auferatur data [a] magnitudo AB, igitur residuæ B E ad E Γ data ratio est. Inuertendo & componendo [b] ipsius Γ B ad E Γ data ratio est. Fiat eadem ipsius A B ad B Δ. Igitur ipsius A B ad B Δ data ratio est. Est autē B A data. Igitur Δ B [c] data est. Igitur [d] reliqua A Δ data est. † Totius autem A Γ ad totam Δ E data ratio est. Igitur [e] ipsius E Δ ad A Γ data ratio est: & data est A Δ. Igitur A E ipsâ A Γ maior est, datâ, quam in ratione.

a 11. def
b 18. 5.
c 2.
d 4.
e Co. 4. 5.

Sed esto iam A E, ipsâ A Γ maior est, datâ, quam in ratione. Dico quod reliquâ E Γ, maior est, datâ, quam in ratione. Quandoquidem enim A E ipsa A Γ, maior est, datâ, quàm in ratione,

A Δ B E Γ

auferatur data magnitudo AΔ, igitur reliquæ Δ E ad A Γ data ratio est. Quare & ipsius A Γ ad E Δ data ratio est. Fiat eadem ipsius A B ad B Δ. Igitur ipsius B A ad B Δ data ratio est. Et [f] conuertendo ipsius B A ad A Δ data ratio est, & inuertendo ipsius A Δ ad A B data ratio est. Et data est A Δ, igitur tota A B data est. Et quia totius A Γ ad totam E Δ ratio est, quemad-

f cor. 19. 5.

modum & ipsius AB ad ΔB data ratio est. †† Erit & reliquæ [a] ΓB ad reliquam BE data ratio. Et diuidendo [b] ipsius ΓE ad BE data ratio est. Quare & ipsius BE ad ΓE data ratio est: & data est AΔ. Igitur AE ipsâ EΓ maior est, datâ, quam in ratione.

a 19.5.
b 17.5.

δοθείς. ὡς καὶ τοῦ ΑΒ πρὸς ΔΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἔσται δὲ καὶ λοιποῦ τοῦ ΓΒ πρὸς λοιπὸν τὸ ΒΕ λόγος δοθείς. καὶ διελόντι τοῦ ΓΕ πρὸς ΒΕ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥστε καὶ τοῦ ΒΕ πρὸς ΕΓ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ γάρ ἐστι δοθὲν τὸ ΑΔ. Τὸ ΑΕ ἄρα τοῦ ΕΓ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

VETVS SCHOLIASTES.

Scholium primum.

† *Quandoquidem vt* AB *ad* ΔB, *ita* ΓB *ad* BE, *alternatim erit vt* AB *ad* ΓB, *ita* ΔB *ad* BE, *& componendo* AΓ *ad* ΓB, *ita* EΔ *ad* EB, *& alternatim* AΓ *ad* EΔ, *ita* ΓB *ad* EB. *Sed ratio ipsius* ΓB *ad* BE *dato est. Igitur ipsius* AΓ *ad* ΔE *data ratio est, vel potius, vt breuius absoluatur, sicut vnum antecedentium ad vnum consequentium, ita omnia antecedentia ad omnia consequentia, hoc est, sicut* ΓB *ad* BE, *ita* AΓ *ad* EΔ.

Scholium secundum.

†† *Quandoquidem est sicut* AΓ *ad* ΔE, *ita ablatá* AE *ad ablatam* BΔ. *Igitur est reliqua* ΓB, *ad reliquam* BE, *sicut* AΓ *ad* ΔE. *Est autem ipsius* AΓ *ad* ΔE *data ratio. Igitur ipsius* ΓB *ad* EB *data ratio est.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιβ.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ τὸ μὲν πρῶτον μετὰ τοῦ δευτέρου ᾖ δοθέν, ᾖ δὲ καὶ τὸ δεύτερον μετὰ τοῦ τρίτου δοθέν. τὸ πρῶτον τῷ τρίτῳ ἤτοι ἴσον ἐστίν, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου δοθέντι μεῖζόν ἐστι.

PROPOSITIO 12.

Si fuerint tres magnitudines, & prima quidem cum secundâ data sit, secunda autem cum tertiâ data sit, aut prima tertiæ æqualis est, aut altera alterâ maior datâ.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ ΒΓ, ΒΔ, ΑΔ, καὶ τὸ μὲν ΒΓ, μετὰ τοῦ ΒΔ δοθὲν ἔστω τὸ ΓΔ. τὸ δὲ ΒΔ μετὰ τοῦ ΑΔ δοθὲν ἔστω τὸ ΑΒ. Λέγω ὅτι τὸ ΑΒ τῷ ΔΓ ἤτοι ἴσον ἐστὶν, ἢ τὸ ἕτερον ἑτέρου δοθέντι μεῖζόν ἐστιν. Ἐπεὶ γὰρ δοθέν ἐστιν ἑκάτερον τῶν ΑΒ ΔΓ, τὰ δὴ δοθέντα ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ ἄνισα. Ἔστω πρότερον ἴσα. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒ τῷ ΔΓ κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΒΔ, λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΔ λοιπῷ τῷ ΒΓ ἴσον ἐστί. Μὴ ἔστω δὴ ἴσα. Ἀλλ' ἔστω μεῖζον τὸ ΑΒ τοῦ ΔΓ. καὶ κείσθω τῷ ΒΑ ἴσον τὸ ΕΔ δοθὲν δὲ τὸ ΒΑ δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΕΔ. Ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΓ δοθὲν, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΕΓ δοθέν ἐστι. Καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΑ τῷ ΕΔ, κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΒΔ, λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΔ, λοιπῷ τῷ ΕΒ ἴσον ἐστί. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ΕΓ. Τὸ ΑΒ ἄρα τοῦ ΔΓ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν.

A Δ B Γ

A Δ B E Γ

Svnto tres magnitudines ΒΓ, ΒΔ, ΑΔ, & ΒΓ quidem cum ΒΔ data esto ΓΔ. Magnitudo autem ΒΔ cum ΑΔ esto data ΑΒ. Dico quod magnitudo Α Β, aut magnitudini ΔΓ æqualis est, aut altera alterâ maior est datâ. Quandoquidem enim vtraque magnitudinum ΑΒ, ΔΓ data est, aut datæ magnitudines æquales sunt inter se, aut inæquales. Sunto primùm æquales, igitur æqualis est ΑΒ ipsi ΔΓ, communis auferatur ΒΔ, igitur reliqua [a] ΑΔ reliquæ ΒΓ æqualis est. Sunto autem inæquales, & esto ΔΓ maior ipsâ ΑΒ. Et ponatur ipsi ΒΑ æqualis ΕΔ. Data autẽ est ΒΑ. Igitur data est [b] ΕΔ. Est autẽ totà ΑΓ data. Igitur reliqua [c] ΕΓ data est. Et quia ęqualis est ΕΔ ipsi ΒΑ, communis auferatur ΒΔ. Igitur reliqua ΔΑ, reliquę ΕΒ æqualis est. Et data est magnitudo ΕΓ. Igitur ΔΓ ipsâ ΑΒ maior est, datâ.

a 3. ax. 1.
b 2.
c 4.

VETVS SCHOLIASTES.

Sin autem secundam cum tertiâ, hoc est ΕΑ, ipsâ ΒΓ maiorem esse datâ contingat, factâ ΒΓ æquali ipsi ΕΔ, & ijsdem quæ prius ostendemus, quod ΕΑ ipsâ ΓΒ maior est datâ; idque eodem modo, quo in primâ, nempe in magnitudine ΔΓ ostensum fuit. Igitur altera alterâ maior est datâ.

Et ſiquidem eadem ſit ratio, quæ ipſius AB ad ΓΔ, igitur totius EB
a 18. 5. ad totam ZΔ ratio [a] data erit.

Iam non eſto eadem, & fiat vt AB, ad ΓΔ, ita HA ad ΓZ. Igitur ratio ipſius HA ad ΓZ data eſt. Eſt autem magnitudo ΓZ data. Igi-
b 2. tur [b] HA data eſt. Eſt autem & ip-
c 4. ſa [c] EA data. Igitur & reliqua HE data eſt. Et quia eſt, vt AB ad ΓΔ,
d 18. 5. ita HA ad ΓZ. Igitur [d] ratio ipſius HB ad ZΔ data eſt. Et data eſt magnitudo HE. Igitur magnitudo EB magnitudine ZΔ maior eſt, datâ, quam in ratione.

Καὶ εἰ μὲν ὁ αὐτὸς, τῷ τοῦ AB πρὸς ΓΔ, ἔσται καὶ ὅλου τοῦ EB πρὸς ὅλον τὸ ZΔ λόγος δοθείς.

Μὴ ἔστω δὴ ὁ αὐτὸς, καὶ πεποιήσθω ὡς τὸ AB πρὸς ΓΔ, οὕτω τὸ HA πρὸς ΓZ. λόγος ἄρα καὶ τοῦ HA πρὸς τὸ ΓZ δοθείς. δοθὲν δὴ τὸ ΓZ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ HA. ἔστι δὲ καὶ τὸ EA δοθὲν, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ EH δοθέν ἐστι. καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ AB πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτω τὸ HA πρὸς τὸ ZΓ. λόγος ἄρα καὶ τοῦ HB πρὸς ZΔ δοθείς. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ EH. τὸ EB ἄρα τοῦ ZΔ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιε.

Ἐὰν δύο μεγέθη, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ ἀφαιρεθῇ ἀπὸ ἑκατέρου αὐτῶν, δεδομένον μέγεθος, τὰ λοιπὰ πρὸς ἄλληλα ἤτοι λόγον ἕξει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου, δοθέντι μεῖζον ἔσται ἢ ἐν λόγῳ.

PROPOSITIO 15.

Si duæ magnitudines habeant ad inuicem rationem datam, & ab vtrâque earum auſferatur data magnitudo, reliquæ magnitudines, aut ad inuicem habebũt rationem datam, aut altera alterâ maior erit, datâ, quam in ratione.

Etenim duæ magnitudines EB, ZΔ, habento ad inuicem rationem datam, & auſferatur ab vtrâque earum data magnitudo, à magnitudine quidem EB, magni-

Δύο γὰρ μεγέθη τὰ EB, ZΔ, πρὸς ἄλληλα λόγον ἐχέτω δεδομένον, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ἑκατέρου αὐτῶν δεδομένον μέγεθος, ἀπὸ μὲν τοῦ EB

τὸ ΕΗ, ἀπὸ δὲ τοῦ ΖΔ τὸ ΖΓ. Λέγω ὅτι τὰ λοιπὰ τὰ ΗΒ, ΓΔ, πρὸς ἄλληλα ἤτοι λόγον ἔχει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου, δοθέντι μεῖζον ἔσται ἢ ἐν λόγῳ.

Ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερον τῶν ΕΗ, ΓΖ δοθέν ἐστι, λόγος ἄρα τοῦ ΕΗ, πρὸς ΓΖ ἐστὶ δοθείς· καὶ εἰ μὲν ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ΕΒ, πρὸς ΖΔ, ἔσται καὶ λοιποῦ τοῦ ΗΒ, πρὸς λοιπὸν τὸ ΓΔ λόγος δοθείς.

Μὴ ἔστω δὴ ὁ αὐτὸς, καὶ πεποιήσθω ὡς τὸ ΕΒ πρὸς ΖΔ, οὕτω τὸ ΕΑ πρὸς ΖΓ, λόγος δὲ τοῦ ΕΒ πρὸς ΖΔ δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΕΑ πρὸς ΓΖ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ ΖΓ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΕΑ. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΕΗ, δοθὲν καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ΗΑ δοθέν. καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ΕΒ, πρὸς ΖΔ, οὕτω τὸ ΕΑ πρὸς ΓΖ. λοιποῦ ἄρα τοῦ ΑΒ πρὸς λοιπὸν τὸ ΓΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ΑΗ. τὸ ΑΒ ἄρα τοῦ ΓΔ, δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

tudo EH, à magnitudine autem ZΔ, magnitudo ΓZ. Dico quod reliquæ HB, ΓΔ, aut habẽt ad inuicem rationem datam, aut altera alterâ maior eſt, datâ, quam in ratione.

Quandoquidem enim vtraque EH, ΓZ data eſt, igitur ratio ipſius EH ad ΓZ data eſt, & ſiquidem eadem eſt, quæ ipſius EB ad ZΔ, erit & reliquæ HB ad reliquam ΓΔ ra- a 19. 5.
tio data.

Iam non eſto eadem, & fiat vt EB ad ZΔ, ita EA ad ΓZ. Eſt autem ipſius EB ad ZΔ data ratio. Igitur ratio magnitudinis AE ad ΓZ data eſt Eſt autem a b 2.
ΓZ data. Igitur data eſt AE. Eſt autem & EH data, igitur reliqua HA data eſt. Cumque ſit vt EB ad ZΔ, ita EA ad ΓZ. Igitur reliquæ AB b ad reliquam ΓΔ data b 19. 5.
ratio eſt. Et data eſt AH. Igitur AB ipſâ ΓΔ maior eſt, datâ, quam in ratione.

VETVS SCHOLIASTES.

Hæc propoſitio præcedentis quodammodo conuerſa eſt, oſtenditur enim in ſuperiore quod ſi magnitudinibus datam rationem habentibus inter ſe, adiectæ fuerint aliquæ magnitudines datæ, totæ aut ad inuicem rationem datam habebant, aut altera alterá maior ſit, datá, quam in ratione: in hac autem ſi auſſerantur quædam magnitudines datæ, à magnitudinibus inter ſe habentibus rationem datam idem oſtenditur.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιϛ.

Εὰν δύο μεγέθη, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ ἑνὸς αὐτῶν δεδομένον μέγεθος ἀφαιρεθῇ, τῷ δὲ ἑτέρῳ αὐτῶν δεδομένον μέγεθος προστεθῇ, τὸ ὅλον τοῦ λοιποῦ δοθέντι μεῖζον ἔσται ἢ ἐν λόγῳ.

PROPOSITIO 16.

Si duæ magnitudines ad inuicem habeant rationem datam, & ab vnâ quidem illarum aufferatur data magnitudo, alteri autem earum adiiciatur data magnitudo, tota residuâ magnitudine maior erit, datâ, quam in ratione.

Etenim duæ magnitudines HB, ZΔ, habento ad inuicē rationem datam. Et à ZΔ quidē aufferatur data magnitudo ΓZ magnitudini autem HB, adiiciatur data magnitudo EH.

Dico totam EB reliquâ ΓΔ maiorem esse, datâ, quam in ratione. Siquidē cum ratio ipsius HB ad ZΔ data sit, fiat eadem ipsius AH ad ZΓ, igitur ratio ip-
a 2. def. sius AH[a] ad ΓZ data est.
Data autem est ZΓ, igitur
b 2. [b] AH data est. Est autem
c 3. & EH data. Igitur [c] tota EA data est. Cumque sit vt HB ad ZΔ,
d 19. 5. Ita AH ad ΓZ. Igitur [d] residuæ AB ad residuam ΓΔ data ratio est, & data est AE. Igitur magnitudo EB magnitudine ΓΔ maior est, datâ, quam in ratione.

Δύο γὰρ μεγέθη τὰ HB, ZΔ, λόγον ἐχέτω δεδομένον, καὶ ἀπὸ τοῦ ΓΔ δεδομένον μέγεθος ἀφῃρήσθω, τὸ ZΓ, τῷ δὲ HB δεδομένον μέγεθος προσκείσθω τὸ EH.

Λέγω ὅτι ὅλον τὸ EB λοιποῦ τοῦ ΓΔ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. Επεὶ γὰρ λόγος ἐστὶ τοῦ HB πρὸς ZΔ δοθεὶς, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω τοῦ AH πρὸς τὸ ZΓ. λόγος ἄρα ἐστὶ τοῦ AH πρὸς ZΓ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ ΓZ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ AH. Εστι δὲ καὶ τὸ EH δοθὲν, ὅλον ἄρα τὸ EA δοθέν ἐστι. καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ HB, πρὸς τὸ ZΔ, οὕτω τὸ AH πρὸς τὸ ΓZ. λοιποῦ ἄρα τοῦ AB πρὸς λοιπὸν τὸ ΓΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι δοθέν τὸ AE. τὸ EB ἄρα τοῦ ΓΔ, δοθέν τι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

ΠΡΟΤΑ-

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιζ.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ τὸ πρῶτον τοῦ δευτέρου δοθέντι μεῖζον ᾖ, ἢ ἐν λόγῳ, ᾖ δὲ καὶ τὸ τρίτον τοῦ αὐτοῦ, δοθέντι, μεῖζον ἢ ἐν λόγῳ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον ἤτοι λόγον ἕξει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου, δοθέντι, μεῖζον ἔσται ἢ ἐν λόγῳ.

PROPOSITIO 17.

Si fuerint tres magnitudines, & prima quidem ſecundâ maior ſit, datâ, quam in ratione, tertia autem eâdem ſecundâ maior ſit, datâ, quam in ratione, prima ad tertiam, aut rationem habebit datam, aut altera alterâ maior erit, datâ, quam in ratione.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ ΑΒ, ΓΔ, Ε, καὶ ἑκάτερον τῶν ΑΒ, ΓΔ τοῦ Ε, δοθέντι μεῖζον ἔστω ἢ ἐν λόγῳ.

Λέγω ὅτι τὰ ΑΓ, ΓΔ ἤτοι πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΑΒ τοῦ Ε δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ, ἀφῃρήσθω τὸ δοθὲν μέγεθος τὸ ΑΗ, λοιποῦ ἄρα τοῦ ΗΒ πρὸς τὸ Ε λόγος ἐστὶ δοθείς. πάλιν ἐπεὶ τὸ ΓΔ τοῦ Ε, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ, ἀφῃρήσθω τὸ δοθὲν μέγεθος τὸ ΓΖ. λοιποῦ ἄρα τοῦ ΖΔ πρὸς τὸ Ε λόγος ἐστι δοθείς.

Svnto tres magnitudines AB, ΓΔ E, & vtraq; magnitudinũ AB, ΔΓ, magnitudine E maior eſto, datâ, quam in ratione.

Dico magnitudines AB, ΔΓ, aut ad inuicem habere rationem datam, aut alteram alterâ maiorem eſſe, datâ quam in ratione. Etenim cum magnitudo AB, magnitudine E maior ſit, datâ, quam in ratione, auſſeratur data magnitudo AH, igitur reſiduæ HB ad E data ratio eſt. Rurſum cum ΓΔ ipſâ E maior ſit, datâ, quam in ratione, auſſeratur data magnitudo ΓZ. Igitur reſiduæ ZΔ, ad E data ratio eſt.

Quamobrem & ipsius HB ad ZΔ ratio data est. Igitur ratio ipsius HB ad ZΔ data est, & adiiciuntur, ipsis datæ magnitudines AH, ΓZ. Igitur totæ a 14. a AB, ΓΔ, aut habent ad inuicem rationem datam, aut altera alterâ maior est, datâ, quam in ratione.

διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῦ BH πρὸς τὸ ZΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. λόγος ἄρα τοῦ HB πρὸς τὸ ZΔ ἐστὶ δοθείς, καὶ πρόσκειται αὐτοῖς δεδομένα μεγέθη τὰ AH, ΓZ. τὰ ὅλα ἄρα τὰ AB, ΓΔ ἤτοι πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιη.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, ἓν δὲ αὐτῶν ἑκατέρου τῶν λοιπῶν δοθέντι, μεῖζον ᾖ, ἢ ἐν λόγῳ, τὰ λοιπὰ δύο πρὸς ἄλληλα, ἤτοι λόγον ἕξει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου, δοθέντι, μεῖζον ἔσται, ἢ ἐν λόγῳ.

PROPOSITIO 18.

Si fuerint tres magnitudines, atque ex his vna, vtrâque reliquarum maior sit, datâ, quàm in ratione, reliquæ duæ aut datam rationem habebunt ad inuicem, aut altera alterâ maior erit, datâ, quam in ratione.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ AB, ΓΔ, EZ ἓν δὲ αὐτῶν τὸ ΓΔ, τοῦ ἑκατέρου τῶν λοιπῶν τῶν AB, EZ, δοθέντι μεῖζον ἔστω ἢ ἐν λόγῳ.

Sunto tres magnitudines AB, ΓΔ, EZ atque ex his vna, quę sit ΓΔ, vtrâque reliquarum AB, EZ maior esto, datâ, quam in ratione.

Λέγω ὅτι τὸ AB, πρὸς τὸ EZ ἤτοι λόγον ἔχει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου δοθέντι μεῖζόν ἐστιν, ἢ ἐν λόγῳ.

Θ A B   Γ H K Δ   Λ E Z

Dico vtramque magnitudinũ AB, EZ, aut ad inuicem habere rationem datã, aut alteram alterâ maiorẽ esse, datâ quam in ratione.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΓΔ τοῦ AB δοθέντι μεῖζόν ἐστιν

Quandoquidẽ enim magnitudo ΓΔ magni-

ἢ ἐν λόγῳ. ἀφῃρήσθω τὸ δοθὲν μέγεθος τὸ ΓΗ. λοιποῦ ἄρα τοῦ ΗΔ πρὸς τὸ ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ΓΗ πρὸς τὸ ΑΘ. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΓΗ πρὸς τὸ ΑΘ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ ΓΗ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΑΘ. καὶ ὅλου τοῦ ΓΔ πρὸς ὅλον τὸ ΘΒ λόγος ἐστὶ δοθείς.

Πάλιν ἐπεὶ τὸ ΓΔ τοῦ ΕΖ, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ, ἀφῃρήσθω τὸ δοθὲν μέγεθος τὸ ΓΚ. λοιποῦ ἄρα τοῦ ΚΔ πρὸς ΕΖ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω, ὁ τοῦ ΓΚ πρὸς ΛΕ. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΓΚ πρὸς ΛΕ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ ΓΚ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ΛΕ. καὶ ὅλου τοῦ ΓΔ πρὸς ὅλον τὸ ΛΖ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ ΓΔ πρὸς ΘΒ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τοῦ ΘΒ ἄρα πρὸς ΛΖ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ ἀφῄρηται ἀπ' αὐτῶν δεδομένα μεγέθη, τὰ ΘΑ, ΛΕ. τὰ ΑΒ, ΕΖ, ἄρα ἤτοι πρὸς ἄλληλα λόγον ἕξει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν, ἢ ἐν λόγῳ.

tudine AB maior eſt, datâ, quam in ratione, aufferatur data magnitudo ΓH. Igitur reſiduæ HΔ ad AB data ratio eſt. Fiat eadē ipſius ΓH ad AΘ. Igitur ratio ipſius ΓH ad AΘ data eſt. Eſt autem ΓH data, igitur AΘ data eſt. Igitur & a totius ΓΔ, ad totam ΘB data ratio eſt. a 18.5.

Rurſus cum ΓΔ ipsâ EZ maior ſit, datâ, quam in ratione, aufferatur data magnitudo ΓK. Igitur reſiduæ KΔ, ad EZ data ratio eſt: fiat eadem ipſius ΓK ad ΛE. Igitur ipſius ΓK ad ΛE data ratio eſt. Data autem eſt ΓK, igitur ΛE data eſt. Igitur & totius b ΓΔ ad totam ΛZ data ratio eſt. b 1. Ipſius autem ΓΔ ad ΘB data ratio eſt: igitur & ipſius ΘB ad ΛZ data ratio eſt. Et ablatæ ſunt ab ipſis datæ magnitudines ΘA, ΛE. Igitur AB, EZ c aut ad inuicem habent rationem datam, aut altera alterâ maior eſt, datâ, quam in ratione. c 15.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ιθ.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ τὸ μὲν πρῶτον τοῦ δευτέρου, δοθέντι μεῖζον ᾖ, ἢ ἐν λόγῳ, ᾖ δὲ καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τρίτου, δοθέντι, μεῖζον, ἢ ἐν λόγῳ, καὶ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου, δοθέντι, μεῖζον ἔσται, ἢ ἐν λόγῳ.

PROPOSITIO 19.

Si fuerint tres magnitudines, & prima quidem magni-

tudo, secundâ magnitudine maior sit, datâ, quam in ratione: sit autẽ secunda tertiâ maior, datâ, quam in ratione, prima magnitudo, tertiâ magnitudine, maior erit, datâ, quam in ratione.

SVnto tres magnitudines AB ΓΔ, E, & magnitudo quidẽ AB, magnitudine ΓΔ maior esto, datâ, quam in ratione, magnitudo autem ΓΔ, magnitudine E maior esto, datâ, quam in ratione.

Dico quod AB ipsâ E maior est, datâ, quam in ratione. Cum enim ΓΔ ipsâ E maior sit, datâ, quam in ratione, auferatur data magnitudo ΓZ. Igitur residuæ ZΔ ad E data ratio est. Rursus quia AB ipsâ ΓΔ maior est, datâ, quam in in ratione, auferatur data magnitudo AH, igitur residuæ HB ad ΓΔ data ratio est. Fiat eadem ipsius HΘ ad ZΓ, igitur ipsius HΘ ad ZΓ data ratio est. Est autem ΓZ data, igitur HΘ data est. Est au-
a 3. tem & HA data. Igitur tota [a] magnitudo ΘA data est. Et
b 19.5. quoniam est vt HB ad ΓΔ, ita HΘ ad ZΓ.[b] Igitur residuæ ΘB, ad residuam ZΔ data ratio est. Ipsius autem ZΔ ad E data ra-
c 8. tio est. Igitur ipsius ΘB [c] ad E

ΕΣτὼ τρία μεγέθη τὰ AB, ΓΔ, E, καὶ τὸ μὲν AB τοῦ ΓΔ, δοθέντι, μεῖζον ἔστω ἢ ἐν λόγῳ, τὸ δὲ ΓΔ τοῦ E, δοθέντι, μεῖζόν ἔστω, ἢ ἐν λόγῳ.

Λέγω ὅτι καὶ τὸ AB τοῦ E δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν, ἢ ἐν λόγῳ.

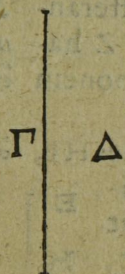
Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΓΔ τοῦ E, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ, ἀφῃρήσθω τὸ δοθὲν μέγεθος τὸ ΓZ. λοιποῦ ἄρα τοῦ ZΔ πρὸς τὸ E λόγος ἐστὶ δοθείς. Πάλιν ἐπεὶ τὸ AB τοῦ ΓΔ, δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. ἀφῃρήσθω τὸ δοθὲν μέγεθος τὸ AH. λοιποῦ ἄρα τοῦ HB πρὸς τὸ ΓΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω τοῦ HΘ πρὸς ΓZ. λόγος ἄρα καὶ τοῦ HΘ πρὸς τὸ ΓZ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ ΓZ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ HΘ. ἔστι δὲ καὶ τὸ HA δοθέν, καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΘA δοθέν ἐστι. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ HB πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτω καὶ τὸ HΘ πρὸς τὸ ΓZ. καὶ λοιποῦ τοῦ ΘB πρὸς λοιπὸν τὸ ZΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ ZΔ πρὸς τὸ E λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ ΘB ἄρα πρὸς τὸ E

λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ δοθὲν τὸ ΘΑ. τὸ ΒΑ ἄρα τοῦ Ε, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

data ratio eſt. Et data eſt magnitudo ΘA. Igitur BA ipſâ E maior eſt, datâ, quam in ratione.

ΑΛΛΩΣ.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ ΑΒ, Γ, Δ, καὶ τὸ μὲν ΑΒ τοῦ Γ δοθέντι, μεῖζον ἔστω ἢ ἐν λόγῳ. Λέγω ὅτι τὸ ΑΒ τοῦ Δ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ΑΒ τοῦ Γ, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. ἀφῃρήσθω δοθὲν μέγεθος τὸ ΑΕ. λοιποῦ ἄρα τοῦ ΕΒ πρὸς τὸ Γ λόγος ἐστὶ δοθείς. τὸ δὲ Γ τοῦ Δ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. καὶ τὸ ΕΒ ἄρα τοῦ Δ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. ἀφῃρήσθω οὖν τὸ δοθὲν μέγεθος, τὸ ΕΖ. λοιποῦ ἄρα τοῦ ΖΒ πρὸς τὸ Δ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ΑΖ. τὸ ΑΒ ἄρα τοῦ Δ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.



ALITER.

SVnto tres magnitudines AB, Γ, Δ, & AB quidem ipſâ Γ, maior eſto, datâ, quam in ratione. Eſto autem & Γ ipſâ Δ maior, datâ, quã in ratione. Dico quod AB ipſâ Δ maior eſt, datâ, quam in ratione. Quandoquidẽ enim AB ipſâ Γ maior eſt, datâ, quam in ratione, aufferatur data mata magnitudo AE, igitur reſiduæ EB ad Γ data ratio eſt. Eſt autem magnitudo Γ magnitudine Δ, maior, datâ, quam in ratione. Igitur magnitudo EB magnitudine [a]
a 13.
Δ maior eſt, datâ, quam in ratione. Ideoque aufferatut data magnitudo ZE, igitur reſiduæ ZB ad Δ data ratio eſt. Data [b]
b 3.
autem eſt AZ. Igitur AB ipſâ Δ maior eſt, datâ, quam in ratione.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κ.

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη δεδομένα, καὶ ἀφαιρεθῇ ἀπ' αὐτῶν μεγέθη, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα δεδομένον, τὰ λοιπὰ πρὸς ἄλληλα ἤτοι λόγον ἕξει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου, δοθέντι μεῖζον ἔσται ἢ ἐν λόγῳ.

PROPOSITIO 20.

Si datæ fuerint duæ magnitudines, & aufferantur ab ipsis magnitudines habentes ad inuicem rationem datam, residuæ magnitudines aut habebunt ad inuicem rationem datam, aut altera alterâ maior erit, datâ, quam in ratione.

SVnto duę magnitudines EB, ZΔ, & ab EB, ZΔ aufferantur magnitudines EH, ΓZ habentes ad inuicem rationem datam.

Dico quod magnitudines HB, ΓΔ aut habebunt ad inuicem rationem datam, aut altera alterâ maior erit, datâ, quam in ratione. Quandoquidem enim data est vtraque EB, ZΔ. Igitur ipsius EB ad ZΔ ratio
a 1. data a est. Et si quidem eadem est, quæ ipsius EH ad
b 19. 5. ΓZ, erit & reliquæ HB b ad reliquam ΓΔ data ratio.

Iam non esto eadem, & fiat vt EH ad ΓZ, ita EA ad ZΔ. Est autem ratio ipsius EH ad ZΓ
c 2. data. Igitur ratio ipsius EA ad ZΔ data est. Data est autem c
d 4. ZΔ. Igitur data est EA. Sed & data est EB, igitur reliqua AB d data est. Cumque sit vt EH ad ΓZ, ita EA ad ZΔ. Igitur reliquæ HA ad reliquam ΓΔ data

Ἔστω δύο μεγέθη δεδομένα τὰ EB, ZΔ, καὶ ἀφῃρήσθω μεγέθη τὰ EH, ΓZ, λόγον ἔχοντα πρὸς ἄλληλα δεδομένον.

Λέγω ὅτι τὰ HB, ΓΔ πρὸς ἄλληλα ἤτοι λόγον ἔχει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ. Ἐπεὶ γὰρ δοθέν ἐστιν ἑκάτερον τῶν EB, ZΔ. λόγος ἄρα τοῦ EB πρὸς ZΔ δοθείς. καὶ εἰ μὲν ὁ αὐτός ἐστι τοῦ EH πρὸς ΓZ. Ἔσται καὶ λοιποῦ τοῦ HB πρὸς λοιπὸν ΓΔ λόγος δοθείς.

Μὴ ἔστω δὴ ὁ αὐτός. καὶ πεποιήσθω ὡς EH πρὸς ΓZ οὕτως τὸ EA πρὸς τὸ ZΔ. λόγος δὲ τοῦ EH πρὸς ΓZ δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τοῦ EA πρὸς ZΔ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ ZΔ δοθὲν ἄρα καὶ EA. Ἔστι δὲ καὶ τὸ EB δοθέν. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ AB δοθέν ἐστι. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ EH πρὸς ΓZ, οὕτω τὸ AE πρὸς ZΔ, καὶ λοιποῦ τοῦ HA πρὸς λοιπὸν τὸ ΔΓ γος

ἐστὶ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ AB. τὸ HB ἄρα τοῦ ΓΔ, δοθέντι, μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

ratio est, sed & data est BA. Igitur magnitudo HB magnitudine ΓΔ maior est, datâ, quam in ratione.

VETVS SCHOLIASTES.

Quandoquidem enim est sicut EH *ad* ZΓ, *sic* AE *ad* ZΔ, *clarum est, quod reliquæ* HA *ad* ΓΔ *data ratio est, ponitur enim ipsius* ΓZ *ad* HE *data ratio. Igitur & ipsius* HA *ad* ΓΔ *data ratio est.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κα.

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη δεδομένα, καὶ προστεθῇ αὐτοῖς μεγέθη, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα δεδομένον, τὰ ὅλα πρὸς ἄλληλα, ἤτοι λόγον ἕξει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου, δοθέντι, μεῖζον ἔσται, ἢ ἐν λόγῳ.

PROPOSITIO 21.

Si fuerint duæ magnitudines datæ, & adiiciantur ipsis aliæ magnitudines, habentes ad inuicem rationem datam, totæ aut habebunt ad inuicem rationem datam, aut altera alterâ maior erit, datâ, quam in ratione.

Ἔστω δύο μεγέθη δεδομένα τὰ HB. ΓΔ. καὶ προσκείσθω αὐτοῖς μεγέθη τὰ HE, ΓZ λόγον ἔχοντα δεδομένον.

Λέγω ὅτι τὰ ὅλα τὰ EB, ZΔ, πρὸς ὅλα ἤτοι λόγον ἕξει δεδομένον, ἢ τὸ ἕτερον τοῦ ἑτέρου δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

Ἐπεὶ γὰρ δοθέν ἐστιν ἑκάτερον τῶν HB, ΓΔ.

E
H
A
B

Z
Γ
Δ

SVnto duæ magnitudines datæ, HB ΓΔ, & adiiciãtur ipsis magnitudines EH, ZΓ, habentes ad inuicẽ rationẽ datam.

Dico quòd totæ EB, ZΔ, aut habebũt ad inuicem rationem datam, aut altera alterâ maior erit, datâ, quam in ratione.

Cum enim data sit vtraque HB, ΓΔ. Igi-

a 2. def. tur ipsius a H B ad Γ Δ data ratio est. Et siquidem eadem est quæ ipsius E H ad Γ Z, erit & totius E B ad totam Z Δ data ratio. Sin autem minimè fiat vt E H ad Γ Z, ita H A ad Γ Δ. Igitur ratio ipsius H A ad Γ Δ b data est. Est autem Γ Δ data, igitur c H A data est. Est autem & H B data. Igitur reliqua A B data est. Cumque sit vt E H ad Z Γ ita A H ad Γ Δ. Igitur totius E A ad totam Z Δ data ratio est. Et data est A B. Igitur magnitudo E B magnitudine Z Δ, maior est, datâ, quam in ratione.

b 2.

c 4.

λόγος ἄρα τοῦ Η Β πρὸς τὸ Γ Δ δοθείς. καὶ εἰ μὲν ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ Ε Η πρὸς τὸ Γ Ζ, ἔσται καὶ ὅλου τοῦ Ε Β πρὸς ὅλον Ζ Δ λόγος δοθείς. Εἰ δὲ οὔ, πεποιήσθω ὡς Ε Η τὸ πρὸς Γ Ζ, οὕτω τὸ Η Α πρὸς Δ Γ. λόγος ἄρα τοῦ Η Α πρὸς τὸ Δ Γ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ Δ Γ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Η Α. Ἔστι δὲ καὶ τὸ Η Β δοθέν. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ Α Β δοθέν ἐστι. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Ε Η πρὸς τὸ Γ Ζ. οὕτως τὸ Α Η πρὸς τὸ Γ Δ. καὶ ὅλου τοῦ Ε Α πρὸς ὅλον τὸ Ζ Δ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ δοθὲν τὸ Α Β. τὸ Ε Β ἄρα τοῦ Ζ Δ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κβ.

Ἐὰν δύο μεγέθη πρός τι μέγεθος λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ τὸ συναμφότερον πρὸς αὐτὸ λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 22.

Si duæ magnitudines, ad aliam aliquam magnitudinem habeant rationem datam, & simul vtraque ad illam eandem habebit rationem datam.

Siquidem duæ magnitudines A B, B Γ, ad aliquam aliã magnitudinem Δ habento rationem datam.

Dico quod simul vtraque A Γ habet ad illam eandem Δ rationem datam.

Cum enim vtraque A B, B Γ ad Δ rationem habeat da-

Δύο γὰρ μεγέθη τὰ Α Β, Β Γ, πρός τι μέγεθος τὸ Δ, λόγον ἐχέτω δεδομένον.

Λέγω ὅτι καὶ τὸ συναμφότερον τὸ Α Γ πρὸς τὸ αὐτὸ Δ λόγον ἔχει δεδομένον.

Ἐπεὶ γὰρ ἑκάτερον τῶν Α Β, Β Γ πρὸς τὸ Δ λόγον ἔχει δεδομένον.

δεδομένον, λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΒ, πρὸς τὸ ΒΓ δοθείς. καὶ συνθέντι τοῦ ΑΓ πρὸς ΓΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ ΒΓ πρὸς Δ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ Δ λόγος ἐστὶ δοθείς.

tam. *I*gitur ratio ipſius AB ad
BΓ data *a* eſt. Et componendo a 4.
b ipſius AΓ ad ΓB data ratio eſt. b 6.
Ipſius autem BΓ ad Δ data ra-
tio eſt. Ideoque *c* ipſius AΓ ad c 8.
Δ data ratio eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κγ.

Ἐὰν ὅλον πρὸς ὅλον λόγον ἔχῃ δεδομένον, ἔχῃ δὲ καὶ τὰ μέρη πρὸς τὰ μέρη λόγους δεδομένους, μὴ τοὺς αὐτοὺς δέ, καὶ πάντα πρὸς πάντα λόγους ἕξει δεδομένους.

PROPOSITIO 23.

Si totum ad totum, habeat rationem datam, habeant autem & partes ad partes rationes datas, etſi non eaſdem, habebunt omnia ad omnia rationes datas.

Ἐχέτω γὰρ ὅλον τὸ ΕΒ πρὸς ὅλον τὸ ΖΔ λόγον δεδομένον. ἐχέτω δὲ καὶ τὰ ΖΓ, ΓΔ μέρη, πρὸς τὰ ΕΗ, ΗΒ μέρη λόγους δεδομένους, μὴ τοὺς αὐτοὺς δέ.

Λέγω ὅτι καὶ τὰ πάντα πρὸς πάντα λόγους ἕξει δεδομένους.

Ἐπεὶ γὰρ λόγος ἐστὶ τοῦ ΖΓ πρὸς ΕΗ δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω, ὁ τοῦ ΓΔ, πρὸς ΕΑ. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΓΔ πρὸς ΕΑ δοθείς. ἔσται δὲ καὶ τοῦ λοιποῦ ΓΔ, πρὸς λοιπὸν τὸ ΗΑ λόγος δοθείς. τοῦ δὲ ΓΔ πρὸς τὸ ΗΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ ΗΒ ἄρα πρὸς τὸ ΑΗ

Habeto enim totum EB, ad totum ZΔ, rationem datã, habẽto autem & partes ΓZ, ΓΔ, ad partes EH, HB rationes datas, etſi non eaſdem.

Dico quod omnia ad omnia habebunt rationes datas.

Cum enim ipſius ZΓ,
ad EH data ratio ſit, fiat
eadẽ ipſius ΓΔ ad EA. Igi-
tur ratio ipſius ΓΔ ad EA
data eſt. Igitur *d* reliquę d 19. 5.
ΓΔ, ad reliquam HA ra-
tio data eſt. Data autẽ eſt
ratio ipſius ΓΔ ad HB.
Igitur ipſius HB ad HA

a 8. *a* data ratio est. Et conuertendo b Cor. 19. 5. *b* ipsius H B ad A B data ratio est. Cumque ipsius ZΔ ad vtramq; BE, EA, data ratio sit. Igitur ipsius BE ad EA data ratio est. Et conuertendo ipsius EB ad AB data ratio est. † Sed ipsius AB ad BH data ratio est. Et ipsius EB ad HB data ratio est. Quemadmodum & ipsius EH ad HB data ratio est. Sed ipsius EH quidem ad ZΓ data ratio est, ipsius autem HB ad ΓΔ data ratio est. †† Quamobrem & omnium ad omnium data ratio est.

λόγος ἐστὶ δοθείς. ἀναστρέψαντι ἄρα καὶ τοῦ ΗΒ πρὸς ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ, τοῦ ΖΔ πρὸς ἑκάτερον τῶν ΕΒ, ΕΑ δοθείς, καὶ τοῦ ΒΕ, ἄρα πρὸς τὸ ΕΑ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἀναστρέψαντι ἄρα καὶ τοῦ ΕΒ πρὸς ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἀλλὰ τοῦ ΑΒ πρὸς ΒΗ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ ΕΒ πρὸς ΗΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥστε καὶ τοῦ ΕΗ πρὸς τὸ ΗΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἀλλὰ τοῦ μὲν ΕΗ πρὸς τὸ ΖΓ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ ΗΒ πρὸς τὸ ΓΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥστε πάντων πρὸς πάντα λόγος ἐστὶ δοθείς.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Ostensum siquidem est, quòd ipsius* EH *ad* HB *data ratio est, ponitur autem ipsius* ZΔ *ad* HB *data ratio. Igitur & ipsius* EH *ad* ZΔ *data ratio est. Rursus quoniam ipsius* ΓZ *ad* ΓΔ *data ratio ostenditur, ponitur autem ipsius* ΔZ *ad* HB *data ratio. Igitur ipsius* ΓZ *ad* HB *data ratio per* 8. *Et quoniam* ZΓ, ΓΔ *habent ad inuicem rationem datam, & totum* ZΔ *ad vtramque* ZΓ, ZΔ, c 22. *c rationem habet datam; quare similiter* EB *ad vtramque ipsarum* EH, HB *habet rationem datam, & quoniam* ZΔ *ad* EB *habet rationem datam, habet autem* EB *ad vtramque ipsarum* EH, HB *rationem datam. Igitur* ΓΔ *ad vtramque ipsarum* EH, HB *habet rationem datam. Quare omnia ad omnia habent rationem datam.*

†† Deesse aliquid in hâc demonstratione post verba (*Conuertendo ipsius EB ad AB data ratio est*) ex Veteris Scholiastæ ad hanc propositionem Scholio colligi posset, quod ab Euclide ostensum dicat ipsius EH ad HB rationem esse datam. Sed quanquam illud ab Euclide omissum sit, textus tamen nullam defectus suspicionem relinquit. Et verò quoniam ad pleniorem demonstrationis processum facit, ipsius EH ad HB, datam esse rationem ostendemus hâc ratione.

Quandoquidem ipsius EB ad AB data ratio est. Ipsius autem HB ad AB data ratio est. Igitur ipsius EB ad HB data ratio est. Et conuertendo ipsius EB ad EH data ratio est. Ipsius autem EB ad vtramque EH, HB data ratio est. Igitur ipsius EH ad HB data ratio est.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κδ.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἡ δὲ πρώτη πρὸς τρίτην λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς τὴν δευτέραν λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 24.

Si tres lineæ rectæ proportionales fuerint, prima ad tertiam habeat rationem datam, & ad secundam habebit rationem datam.

ΕΣτωσαν, τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον, αἱ Α, Β, Γ, καὶ ἔστω ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτω καὶ ἡ Β πρὸς τὴν Γ. ἡ δὲ Α πρὸς τὴν Γ λόγον ἐχέτω δεδομένον.

Λέγω ὅτι καὶ πρὸς τὸ Β λόγον ἕξει δεδομένον. Ἐκείσθω γὰρ δοθεῖσα ἡ Δ. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τῆς Α πρὸς τὴν Γ δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω, ὁ τῆς Δ πρὸς τὴν Ζ λόγος ἄρα ἐστὶ καὶ τῆς Δ πρὸς τὴν Ζ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ Δ, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ Ζ. εἰλήφθω τῶν Δ Ζ μέση ἀνάλογον ἡ Ε, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Δ Ζ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Ε δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ Δ Ζ. δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα αὐτῶν, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ Ε.

SVnto tres lineæ proportionales A, B, Γ, & esto A ad B ita B ad Γ. Habeto autem A ad Γ rationem datam.

Dico quod ad B habebit rationem datam. Exponatur enim alia data recta Δ. Cumque ratio ipsius A ad Γ data sit. Fiat eadem ipsius Δ ad Z. Igitur ratio Δ ad Z data est. Est autem Δ data. Igitur Z data est. Sumatur inter *a* duas rectas ΔZ media pro- a. 13. 6
portionalis E. Igitur quod sub ΔZ fit, æquale est *b* b 17. 6
quadrato rectæ E. Id autem quod fit sub ΔZ, datum est. Siquidẽ data est vtraque rectarum ΔZ. † Igitur quadratum rectæ E datum est.

a 14.2 Igitur data est *a* recta E. Est autem Δ data. Igitur ipsius Δ *b* ad E data ratio est. Et est vt A ad Γ ita Δ ad Z. Sed vt A ad Γ, ita quadratum rectæ A ad id quod fit sub rectis *c* A Γ. Vt autem Δ ad Z, ita quadratum rectæ Δ ad id quod sub rectis Δ Z. Igitur vt quadratum rectæ A ad id quod sub rectis A Γ, ita quadratum rectæ Δ ad id quod sub rectis Δ Z. Sed id quod fit sub rectis A Γ, æquale est quadrato B siquidem proportionales sunt A, B, Γ. Ei autem quod fit sub Δ Z, æquale est quadratũ rectæ E. Igitur vt quadratum rectæ A ad quadratum rectæ B, ita quadratum rectæ Δ ad quadratum rectæ E. Igitur vt A ad B, ita Δ ad E. Est autẽ ipsius Δ ad E data ratio. Igitur ipsius A ad B data ratio est.

b 1.

c 1. 6.

δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ Ε. ἔστι δὲ καὶ ἡ Δ δοθεῖσα. λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς Δ πρὸς τὴν Ε δοθείς. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Γ οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ. ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ Α πρὸς τὴν Γ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Α, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α Γ. ὡς δὲ ἡ Δ πρὸς τὴν Ζ οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Δ, πρὸς τὸ ὑπὸ Δ Ζ. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Γ, Α, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς Δ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Δ Ζ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῶν Α Γ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Β, αἱ γὰρ Α, Β, Γ. ἀνάλογον εἰσὶν τῷ δὲ ὑπὸ τῶν Δ, Ζ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Ε. ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς Α, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς Δ, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ε. καὶ ὡς ἄρα ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτω ἡ Δ πρὸς τὴν Ε. λόγος δὲ τῆς Δ πρὸς τὴν Ε δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς Α πρὸς τὴν Β δοθείς.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Quandoquidem habemus ex 3. definitione huius libri, rectilineas figuras specie dari, quarum & anguli dati sunt, & laterum rationes ad inuicem datæ sunt, si quod subdatis duabus rectis comprehendatur parallelogrammum fuerit rectangulum, quoniam omnes anguli dati sunt, quia recti, & omnes æquales, & laterum rationes ad inuicem datæ sint, quia vtrumque laterum datum est. Igitur sub datis rectis lineis comprehensum rectangulum specie datum est.*

ALITER IDEM.

Qvandoquidem ratio ipsius A ad Γ data est, & est vt A

ΑΛΛΩΣ ΤΟ ΑΥΤΟ.

Ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τῆς Α πρὸς τὴν Γ δοθείς, ὡς δὲ ἡ Α πρὸς τὴν

Γ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ δοθείς. τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ ἴσον τὸ ἀπὸ τῆς Β. λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ τῆς Α πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Β δοθείς. ὥστε καὶ τῆς Α πρὸς τὴν Β λόγος ἐστὶ δοθείς. ἑκατέρα γὰρ τῶν Α, Β, ἴσην ἐποιησάμεθα, ἐν τῷ οἰκείῳ ἑκάστῳ τετραγώνῳ.

A B Γ

ad Γ, ita quadratũ rectæ A, ad id quod fit sub rectis A, Γ. Igitur ratio quadrati rectæ A, ad id quod sub rectis A, Γ, data est. Ei autem quod fit sub rectis AΓ æquale est, quadratum rectæ B Igitur quadrati rectę A, ad quadratum rectæ B data ratio est. Quamobrem ipsius A ad B data ratio est. Vtrique enim rectarum A, B, æqualem exhibuimus in proprio vniuscuiusque quadrato.

Manuscripti codices Græci hoc loco diuisionis cuiusdam notam præ se ferebant, quam agnouit Zambertus. Sed quoniam in cæteris datorum speciebus nullæ distinctiones apparent, hoc loco prætermisimus.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κε.

Ἐὰν δύο γραμμαὶ, τῇ θέσει δεδομέναι τέμνωσιν ἀλλήλας, δέδοται τὸ σημεῖον, καθ' ὃ τέμνωσιν ἀλλήλας.

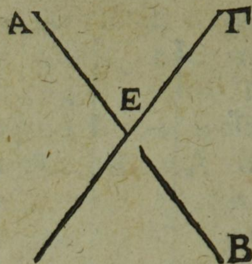
PROPOSITIO 25.

Si duæ rectæ positione datæ, se mutuo inuicem secuerint, punctum in quo se inuicem secant, positione datum est.

Δύο γὰρ γραμμαὶ τῇ θέσει δεδομέναι αἱ ΑΒ, ΓΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον.

Etenim duæ lineæ positione datæ A B, Γ Δ, secanto se inuicem in puncto E.

Dico datum esse punctum E. Etenim si datum non sit punctum E. Alterius è rectis A B, Δ Γ, positio excidet. Atqui non excidit. Igitur datum est punctum E.



Λέγω ὅτι δοθέν ἐστιν τὸ E σημεῖον. Εἰ γὰρ μὴ μεταπεσεῖται τὸ E σημεῖον. μεταπεσεῖται ἄρα καὶ μιᾶς τῶν A B, Γ Δ, θέσις, οὐ μεταπίπτει δέ. δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ E σημεῖον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κϛ.

Ἐὰν εὐθείας γραμμῆς τὰ πέρατα, ᾖ δεδομένα τῇ θέσει, δέδοται ἡ εὐθεῖα τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει.

PROPOSITIO 26.

Si lineæ rectæ extremitates positione datæ sint, recta positione, & magnitudine data est.

ETenim rectæ lineæ A B extremitates A B datæ sunto positione.

Dico quod data est recta A B positione, & magnitudine. Si enim manente puncto A excidat positio, aut magnitudo rectæ A B, alibi cadet punctum B. Atqui alibi non cadit. Igitur recta A B positione, & magnitudine data est.

ΕΥθείας γὰρ γραμμῆς τῆς A B τὰ πέρατα τὰ A B δεδομένα ἔστω τῇ θέσει.

Λέγω ὅτι δέδοται ἡ A B τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει. Εἰ γὰρ μένοντος τοῦ A μεταπεσεῖται τῆς A B εὐθείας ἤτοι ἡ θέσις, ἢ τὸ μέγεθος, μεταπεσεῖται καὶ τὸ B σημεῖον. οὐ μεταπίπτει δέ. δέδοται ἄρα ἡ A B εὐθεῖα, τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κζ.

Ἐὰν εὐθείας γραμμῆς τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει δεδομένης, τὸ ἓν πέρας δοθὲν ᾖ, καὶ τὸ ἕτερον δοθήσεται.

PROPOSITIO 27.

Si datæ rectæ lineæ poſitione & magnitudine, data fuerit vna extremitas, & altera extremitas data erit.

Ευθείας γὰρ γραμμῆς τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει δεδομένης τῆς A B, τὸ ἓν πέρας δοθὲν ἔστω.

Λέγω ὅτι καὶ τὸ B δοθέν ἐστιν. Ει γὰρ μένοντος τοῦ A σημείου μεταπεσεῖται τὸ B σημεῖον, μεταπεσεῖται ἄρα καὶ τῆς A B εὐθείας ἤτοι ἡ θέσις, ἢ τὸ μέγεθος. οὐ μεταπίπτει δέ. δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ B σημεῖον.

A B

ETenim rectæ lineæ A B poſitione, & magnitudine datæ, eſto data vna extremitas, quę ſit A.

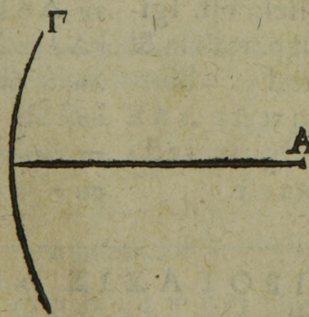
Dico quod extremitas B data eſt. Si enim manente puncto A punctum B alibi cadat, igitur excidet, rectæ A B aut poſitio † aut magnitudo. Atqui neutrum excidit. Igitur punctum B datum eſt.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Siquidem punctum* B *alibi cadit, aut intra rectam*, A B *aut extra cadet. Igitur recta linea magnitudine data non eſt. Iterum ſi alibi cadit, aut ſupra, aut infra cadet. Igitur recta* A B *poſitione data non eſt, quod eſt contrà hypotheſim.*

ΑΛΛΩΣ.

Κέντρῳ γὰρ τῷ A διαστήματι δὲ τῷ A B περιφέρεια γεγράφθω ἡ Γ B. Θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ περιφέρεια Γ B. θέσει δὲ καὶ ἡ A B εὐθεῖα, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ B σημεῖον.



ALITER.

CEntro A, interuallo A B, deſcribitor circumferentia B Γ. Igitur circumferentia Γ B, poſitione [a] data eſt. Recta autem B A poſitione data eſt. Igitur punctum B [b] datum eſt.

a 6.

b Quia ſe mutuo ſecant. per. 25.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κη.

Ἐὰν διὰ δεδομένου σημείου, παρὰ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, δέδοται ἡ ἀχθεῖσα τῇ θέσει.

PROPOSITIO 28.

Si per datum punctum contra datam positione rectam agatur recta linea, acta recta positione data est.

Etenim per datum punctum A, contra datam positione rectam ΒΓ, agatur recta linea ΔΑΕ.

Dico quod positione data est linea ΔΑΕ. Si enim data non sit, manente puncto A, alibi cadet rectæ ΔΑΕ positio. Iã alibi cadat, manēte ΒΓ parallelâ, & esto ΖΑΗ. Igitur parallela est ΒΓ, ipsi ΖΑΗ. Atqui ΒΓ ipsi ΔΑΕ parallela est. Igi-
a 30. 1. tur a ΔΑΕ ipsi ΗΑΖ parallela, & simul coincidit, quod est absurdum. Igitur positio rectæ ΔΑΕ alibi non cadit. Igitur recta ΔΑΕ positione data est.

Διὰ γὰρ δεδομένου σημείου τοῦ Α, παρὰ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΒΓ, εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ ΔΑΕ.

Λέγω ὅτι δέδοται ἡ ΔΑΕ τῇ θέσει. Εἰ γὰρ μή, μένοντος τοῦ Α σημείου, μεταπεσεῖται τῆς ΔΑΕ ἡ θέσις. διαμενούσης τῆς ΒΓ παραλλήλου μεταπιπτέτω, καὶ ἔστω ἡ ΖΑΗ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΖΑΗ. ἀλλὰ ἡ ΒΓ τῇ ΔΑΕ ἐστὶ παράλληλος, καὶ ἡ ΔΑΕ ἄρα τῇ ΗΑΖ παράλληλός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ συμπίπτει. ὅπερ ἐστὶν ἄτοπον. οὐκ ἄρα μεταπεσεῖται τῆς ΔΑΕ θέσις. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΑΕ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ κθ.

Ἐὰν πρὸς θέσει δεδομένῃ εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δεδομένῳ, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν δέδοται ἡ ἀχθεῖσα τῇ θέσει.

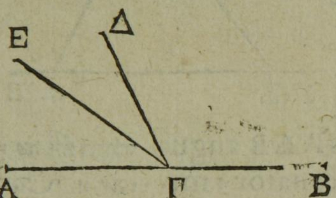
PROPO-

PROPOSITIO 29.

Si ad positione datam rectam, datúmq; in ea punctum, agatur recta linea, quæ faciat angulum datum, acta linea positione data est.

Πρὸς θέσει γὰρ δεδομένῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δεδομένῳ τῷ Γ, εὐθεῖα ἤχθω ἡ ΓΔ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΑΓΔ.

Λέγω ὅτι θέσει ἐστὶν ἡ ΓΔ. Εἰ γὰρ μή, μένοντος τοῦ Γ σημείου, μεταπεσεῖται τῆς ΓΔ ἡ θέσις, διατηροῦσα τῆς ὑπὸ ΑΓΔ γωνίας μέγεθος. μεταπιπτέτω καὶ ἔστω ἡ ΓΕ. ἴση ἄρα ἐστὶ ὑπὸ τῶν ΔΓΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΓΑ, ἡ μεῖζον, τῇ ἐλάσσονι, ὅπερ ἄτοπον. οὐκ ἄρα μεταπεσεῖται τῆς ΔΓ ἡ θέσις. Θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΔ.



Etenim ad datam positione rectam AB, & datum in eâ punctũ Γ agatur linea ΓΔ, quæ faciat angulum datum ΑΓΔ.

Dico quod positione data est recta ΓΔ. Etenim si positione data non sit, manente puncto Γ, alibi cadet positio rectæ ΓΔ seruans anguli ΑΓΔ magnitudinem: cadat, alibi, & esto ΓΕ. Igitur angulus ΔΓΑ angulo ΑΓΕ æqualis est, maior minori, quod est absurdum. Igitur positio rectæ ΔΓ, non alibi cadet. Igitur data est recta ΓΔ positione.

Hæc propositio ita duntaxat intelligenda est, vt ad datas partes recta linea faciat angulos datos, vt ipse demõstrationis processus satis declarat.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λ.

Ἐὰν ἀπὸ δεδομένου σημείου, ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν, δέδοται ἡ ἀχθεῖσα τῇ θέσει.

PROPOSITIO 30.

Si à dato puncto, in datam positione rectam, agatur

recta linea, quæ faciat angulum datum, acta linea positione data est.

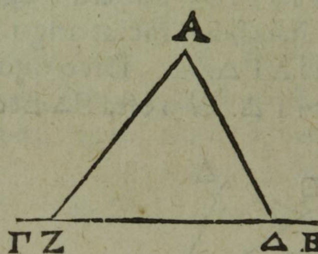
Etenim à dato puncto A in positione datam rectã ΒΓ, agatur recta linea ΑΔ, quæ faciat angulum ΑΔΒ datum.

Dico quod positione data est ΑΔ. Etenim si data non sit, manente puncto A, excidet positio rectæ lineæ ΑΔ, seruans anguli ΑΔΒ magnitudinem. Iam excidat, & esto recta AZ. Igitur angulus ΑΔΒ angulo ΑΖΔ æqualis est, maior [a] minori, quod fieri non potest. Igitur non excidet positio rectæ ΑΔ. Igitur recta ΑΔ positione data est.

a 16. 1.

Ἀπὸ γὰρ δεδομένου σημείου τοῦ Α ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΒΓ, εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ ΑΔ δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν, τὴν ὑπὸ ΑΔΒ.

Λέγω ὅτι θέσει ἐστὶν ἡ ΑΔ. Εἰ γὰρ μή, μένοντος τοῦ Α σημείου μεταπεσεῖται τῆς ΑΔ ἡ θέσις, διατηροῦσα τῆς ὑπὸ ΑΔΒ γωνίας τὸ μέγεθος. μεταπιπτέτω καὶ ἔστω ἡ ΑΖ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΔΒ γωνία, τῇ ὑπὸ ΑΖΔ γωνίᾳ, ἡ μεῖζον τῇ ἐλάσσονι, ὅπερ ἀδύνατόν ἐστιν. οὐκ ἄρα μεταπεσεῖται τῆς ΑΔ ἡ θέσις. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ.



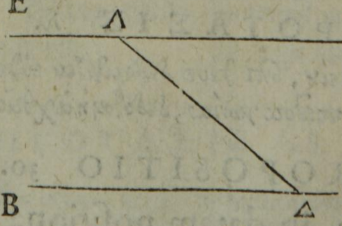
ΑΛΛΩΣ.

ALITER.

b 31. 1.

Agatur [b] per punctum A rectæ ΒΔΓ, parallela ΕΑΖ. Igitur cum per datum punctum A, contra datam positione rectam ΒΔΓ, acta sit recta linea ΕΑΖ, rectæ ΒΓΔ, ΕΑΖ sunt parallelæ. Sed B & in illas incidit ΔΑ. Igitur an-

Ἤχθω διὰ τοῦ Α σημείου, τῇ ΒΔΓ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΕΑΖ. ἐπεὶ οὖν διὰ δεδομένου σημείου τοῦ Α, παρὰ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τῇ ΒΔΓ εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΑΖ καὶ εἰσὶ παράλληλοι αἱ ΒΔΓ, ΓΕΑΖ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΔΑ. ἴση ἄρα ἐστὶν



ἡ ὑπὸ ΕΑΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΔΓ. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΔ. Ἐπεὶ οὖν πρὸς θέσει δεδομένῃ εὐθείᾳ τῇ ΕΑΖ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δεδομένῳ τῷ Α, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΑΔ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν, τὴν ὑπὸ ΕΑΔ, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ.

gulus EAΔ angulo AΔΓ æqualis est. Igitur angulus EAΔ datus est. Quandoquidem igitur ad positione datam rectam lineam EAZ, & datum in ea punctum A, acta est recta linea, quæ facit angulum EAΔ datum. Igitur AΔ positione[a] data est. [a 28.]

ΑΛΛΩΣ.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΔ δοθὲν σημεῖον τὸ Ε. καὶ διὰ τοῦ Ε σημείου τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ, καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΖΕ, τῇ ΑΔ, καὶ εἰς αὐτοὺς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΕΔ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΕΔ γωνία, τῇ ὑπὸ ΑΔΓ γωνίᾳ. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ΖΕΓ. ἐπεὶ οὖν πρὸς θέσει δεδομένῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δεδομένῳ τῷ, Ε, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΖ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν, τὴν ὑπὸ ΖΕΓ. Θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΖ. Ἐπεὶ οὖν διὰ δεδομένου σημείου τοῦ Α, παρὰ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΖΕ, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται, ἡ ΑΔ, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ.

ALITER.

Accipiatur in lineâ BΔ datum punctum E: & per punctum E, agatur ipsi AΔ[b] parallela EZ. [b 31. 1.] Itaque cum parallela sit ZE ipsi AΔ, & in illas[c] incidat BΓ. [c 29. 1.] Igitur angulus ZEΔ angulo AΔΓ æqualis est. Est autem angulus AΔΓ datus. Igitur angulus ZEΓ datus est. Quandoquidem igitur ad positione datam rectam BΓ, & datum in eâ punctum E acta est recta EZ, quæ facit angulũ[d] ZEΓ datum. [d 29.] Igitur positione data est EZ. Rursus quandoquidem per datum[e] punctum A contra datam positione rectam ZE, recta linea acta est AΔ. [e 28.] Igitur recta linea AΔ positione data est.

ALITER.

Accipiatur in rectâ ΒΓ, quodlibet punctũ, quod sit Z, & connectatur ZA. Quandoquidem datum est vtrumque punctorum Z, A. Igitur positione [a] data est AZ. Est autẽ positione data ΒΓ: † Igitur angulus AZΔ datus est. Est autem angulus [b] AΔZ datus. Igitur reliquus [c] ΔAZ datus est. Quandoquidem igitur ad positione datam rectam ZA, & datum in eâ punctum A recta linea AΔ acta est, quæ facit angulum ZAΔ datum. Igitur positione [d] data est AΔ.

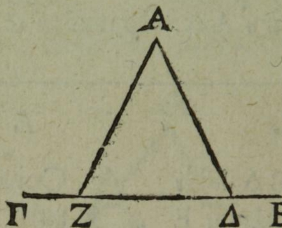
a 26.

b Ex hypothesi.

c Vt reliquus ex summa duorum rectorum, ablatis duobus angulis AΔZ AZΔ. per .32.1

d 29.

e 8.def.1

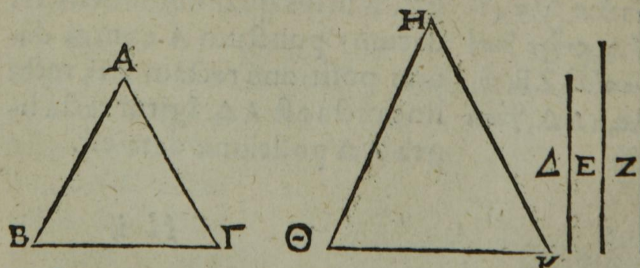


ΑΛΛΩΣ.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΑ. Ἐπεὶ δοθέν ἐστιν ἑκάτερον τῶν Α, Ζ σημείον, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΖ. θέσει δὲ καὶ ἡ ΒΓ. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΖΔ γωνία, δοθεῖσα δὲ ἡ ὑπὸ ΑΔΖ καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΖΑΔ δοθεῖσα ἐστίν. Ἐπεὶ οὖν πρὸς θέσει δεδομένῃ εὐθείᾳ ΑΖ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται, ἡ ΑΔ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν. τὴν ὑπὸ ΖΑΔ, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΔ.

† Supponit hæc demonstratio duas lineas positione datas, & ad inuicem inclinatas, facere angulum datum, quod ita aliqui demonstrant. Quandoquidem duæ rectæ positione datæ, ad inuicem inclinatæ sunt, inclinatio linearum ad inuicem, data est. Sed angulus [e] est inclinatio linearum. Igitur angulus quem faciunt rectæ positione datæ, ad inuicem inclinatæ, datus est.

Ita porro demonstrari potest aliter. Inclinentur rectæ, AΓ, ΒΓ positione datæ, & in recta AΓ sumatur aliquod punctum, quod sit A. In lineâ autẽ ΒΓ aliquod punctum, quod sit B Et connectantur rectæ AB. Quandoquidem datũ est pũctum Γ, & vtrumque



f 26. punctorum A, B. Igitur tres lineæ AΓ, ΓB, AB, datæ sunt [f] magnitudine.

Iam ex tribus rectis, quæ tribus rectis, Β Γ, Γ Β ΑΒ, *a* æquales sint, quæ sint Δ. Ε Ζ, constituatur triangulum Θ Η Κ, & sint rectæ Θ Η, Θ Κ, Η Κ rectis Α Γ, Α Β, Γ Β æquales. Quandoquidem latus Θ Η lateri Α Γ æquale est, & latus Η Κ lateri Β Γ, & basis Θ Κ basi Α Β. Igitur sub æqualibus rectis Α Γ Γ Β, Θ Η Η Κ, *b* comprehensi anguli æquales sunt. Igitur angulo Α Γ Β æqualem inuenimus angulum *c* Θ Κ Η, ac proinde datus est angulus Α Γ Β.

a 22. 1.
b 8. 1.
c 2. def.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λα.

Ἐὰν ἀπὸ δεδομένου σημείου, ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν, εὐθεῖα γραμμὴ προσβληθῇ δεδομένη τῷ μεγέθει, δέδοται καὶ τῇ θέσει.

PROPOSITIO 31.

Si à dato puncto, in datam positione rectam, data magnitudine recta producatur, ea recta positione data est.

Ἀπὸ γὰρ δεδομένου σημείου τοῦ Α, ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν, τὴν ΒΓ εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ Δ Α, δεδομένη τῷ μεγέθει.

Λέγω ὅτι καὶ τῇ θέσει δέδοται. Κέντρῳ γὰρ τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ Α Δ, κύκλος γεγράφθω, ὁ Ε Δ Ζ. θέσει ἄρα ἐστὶν ὁ Ε Δ Ζ κύκλος. δέδοται γὰρ αὐτοῦ τὸ Α κέντρον τῇ θέσει, καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ Α Δ, τῷ μεγέθει. θέσει δὲ καὶ ἡ ΒΓ εὐθεῖα. ἐὰν δὲ δύο γραμμαὶ τῇ θέσει δεδομέναι τέμνωσιν ἀλλήλας, δέδοται τὸ σημεῖον, καθ' ὃ τέμνωσιν

Etenim à dato puncto Α, agatur in positione datam rectam Β Γ, data magnitudine recta Α Δ.

Dico, quod recta Α Δ, positione data est. Centro enim Α, interuallo autem Α Δ circulus Ε Δ Ζ describitor. Igitur positione datus est circulus Ε Δ Ζ. Siquidem *d* eius centrum positione datum est, & quæ ex centro est, linea Α Δ magnitudine. Est autem recta Β Γ positione data. Duæ autem lineæ † positione datæ, si se secent inuicem positione datur punctum,

d 8. def.

in quo se inuicem secant: igitur datum est punctum Δ. Est autē
a 26. punctum A datum. Igitur a AΔ positione data est.

ἀλλήλας. δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Δ. ἔστι δὲ καὶ τὸ A, δοθὲν θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ AΔ.

† Id enim manifestè patet ex 25. huius, quæ de lineis positione datis, si se secent, demonstrat datum esse punctum in quo se inuicem secant, siue recta rectam, siue recta curuam, siue curua curuam positione data, positione datam secet. Ideoque datum est punctum Δ, in quo circulus EΔZ positione datus secat rectam BI positione datam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λβ.

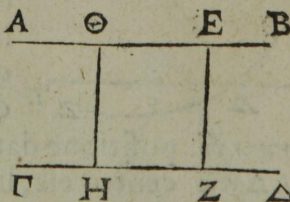
Ἐὰν εἰς παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, δεδομένας ποιοῦσα γωνίας δέδοται, ἡ ἀχθεῖσα τῷ μεγέθει.

PROPOSITIO 32.

Si in datas positione parallelas rectas, agatur recta linea quæ faciat angulos datos, acta recta magnitudine data est.

Etenim in parallelas positione datas rectas AB, ΓΔ, agatur recta linea EZ, faciēs angulos BEZ, EZΔ, datos.

Dico quod magnitudine data est EZ. Sumatur enim in lineâ ΓΔ datum punctũ H & agatur ipsi EZ
b 31. 1. b parallela HΘ.



Quandoquidem parallela est HΘ ipsi EZ, & in illas incidit ΔΓ. Igitur angulus EZΔ angulo
c 29. 1. ΘHΔ c æqualis est. Angulus

Εἰς γὰρ παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας τὰς AB, ΓΔ, εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω, ἡ EZ, δεδομένας ποιοῦσα γωνίας τὰς ὑπὸ BEZ, EZΔ.

Λέγω ὅτι δέδοται ἡ EZ τῷ μεγέθει. εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΓΔ δοθὲν σημεῖον τὸ H, καὶ διὰ τοῦ H τῇ EZ παράλληλος ἤχθω ἡ HΘ. Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ HΘ τῇ EZ, καὶ εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΓΔ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ EZΔ, τῇ ὑπὸ ΘHΔ. δο-

θεῖσα δὲ ἡ ὑπὸ ΕΖΔ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΘΗΔ.

Ἐπεὶ οὖν πρὸς θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τῇ ΓΔ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δεδομένῳ τῷ Η, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΗΘ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΘΗΖ. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΘ, θέσει δὲ καὶ ΑΒ. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Θ σημεῖον. ἔστι δὲ καὶ τὸ Η δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΘ τῷ μεγέθει, καὶ ἔστιν ἴση τῇ ΕΖ. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΕΖ τῷ μεγέθει.

autem ΕΖΔ datus est. Igitur angulus ΘΗΔ datus est.

Quandoquidē igitur ad positione datam rectam ΓΔ, & datum in ea punctum Η, acta est recta ΗΘ quæ facit angulum ΘΗΖ datum: igitur positione data est recta ΗΘ. Est autem ΑΒ positione data. Igitur punctum Θ datum [a] est. Est autē punctum Η datū. Igitur ΘΗ [b] magnitudine data est, & est æqualis [c] ipsi ΕΖ. Igitur ΕΖ [d] magnitudine data est. a 25. b 26. c 34. 1. v. 1. def.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λγ.

Ἐὰν εἰς παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ δεδομένη τῷ μεγέθει, δεδομένας ποιήσει γωνίας.

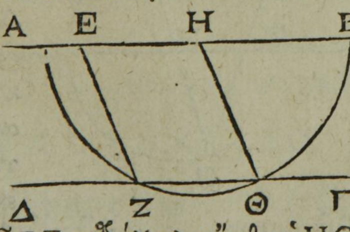
PROPOSITIO 33.

Si in datas positione parallelas rectas, agatur magnitudine data recta, faciet angulos datos.

Εἰς γὰρ παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ, εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ ΕΖ, δεδομένη τῷ μεγέθει.

Λέγω ὅτι δεδομένας ποιήσει γωνίας, τὰς ὑπὸ τῶν ΒΕΖ, ΕΖΓ.

Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΑΒ, δοθὲν σημεῖον τὸ Η, καὶ δι' αὐτοῦ τῇ ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΗΘ.



Etenim in parallelas positione datas rectas ΑΒ, ΓΔ, agatur recta ΕΖ, magnitudine data.

Dico quod faciet angulos ΒΕΖ, ΕΓΖ, datos.

Accipiatur enim in recta ΑΒ datum punctum Η, & per punctum Η agatur ipsi ΕΖ [d] parallela ΗΘ. Igitur æ- d 31. 1.

a 34. 1. qualis est ZE ipsi *a* HΘ. Est autem EZ magnitudine data. Igitur HΘ *b* magnitudine data est, & datum est punctum H. Igitur centro H, interuallo *c* HΘ descriptus circulus positione datus erit. Describitor & esto BΘZ. Igitur positione datus est circulus BΘZ. Est autem ΓΔ positione data. Igitur datũ est punctum † Θ. Est autem punctum H datum. Igitur HΘ positione data est. Positione autem data est recta ΓZ. Igitur angulus *d* HΘΓ datus est. Est autem angulo *e* EZΓ æqualis. Igitur angulus *f* EZΓ datus est. Igitur & *g* reliquus ZEB datus est.

b 26.

c 3. def.

d S.h. 2. demonstrationis 42. huius.

e 27. 1.

f vt reliquus è summá duorum rectorũ.

g 25.

h 31.

ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΕ τῇ ΗΘ. δοθεῖσα δὲ ΕΖ τῷ μεγέθει, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΗΘ τῷ μεγέθει. καὶ ἔστι τὸ Η δοθέν. Ο ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ Η, διαστήματι δὲ ΗΘ κύκλος γραφόμενος, ἔσται τῇ θέσει. γεγράφθω καὶ ἔστω ὁ ΒΘΖ. Θέσει ἄρα ἐστὶν ὁ ΒΘΖ. θέσει δὲ καὶ ἡ ΓΔ, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Θ σημεῖον. ἔστι δὲ καὶ τὸ Η δοθέν. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΘ. θέσει δὲ ΓΖ. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΘΓ. γωνία. καὶ ἔστι τῇ ὑπὸ ΕΖΓ ἴση. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΓ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΖΕΒ δοθεῖσά ἐστι.

† Quia circumferentia BΘZ secat lineam ΓΔ in puncto Θ, vel quia à dato puncto ad datam positione rectam, acta est recta linea *h* magnitudine data.

ALITER.

Accipiatur in recta ΓΔ datum punctum H. Et ponatur ipsi EZ æqualis HΔ. Et centro quidẽ H interuallo autem HΔ circulus ΔB describitor. Igitur positione datus est circulus BΔ: ipsius siquidem centrum positione datũ est, & ea quæ ex centro est magnitudine. Est autem

ΑΛΛΩΣ.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΓΔ δοθὲν σημεῖον τὸ Η καὶ κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ΗΔ. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Η διαστήματι δὲ τὸ ΗΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΒ. θέσει ἄρα ὁ ΔΒ κύκλος. δέδοται γὰρ αὐτοῦ τὸ κέντρον τῇ θέσει, καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῷ μεγέθει. θέσει δὲ καὶ ἡ ΑΒ. δοθεῖ

AB. δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ B σημεῖον. ἔστι δὲ καὶ τὸ H δοθέν, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ BH, θέσει δὲ καὶ ἡ ΓΔ, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ BHΔ γωνία. καὶ εἰ μὲν παράλληλός ἐστιν ἡ EZ τῇ HB. ἔσται καὶ ἡ ὑπὸ EZH γωνία δοθεῖσα. ὥστε καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ ZEB γωνία δοθεῖσά ἐστι. Εἰ δὲ οὔ, συμπιπτέτωσαν αἱ EZ ΔH κατὰ τὸ Θ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ EZ τῇ ΔH. τουτ' ἔστιν τῇ HB. καὶ ἔστι παράλληλος ἡ EB τῇ ZH, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ZΘ τῇ ΘH. ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΘHZ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΘZH ἐστὶν ἴση. δοθεῖσα δὲ ἡ ὑπὸ ΘHZ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ HZΘ. ὥστε καὶ ἡ ἐφεξῆς ἡ ὑπὸ HZE δοθεῖσά ἐστι. καὶ λοιπὴ ἡ ὑπὸ ZEB δοθεῖσά ἐστι.

recta AB positione data. Igitur punctum [a] B datum est. Est autem & punctum H datum. Igitur positione [b] data est HB. Sed & positione data est ΓΔ. Igitur angulus BHΔ datus est. Et siquidem parallela est EZ [c] ipsi HB, angulus EZH datus erit, nec non & reliquus angulus ZEB datus erit. Sin autem minimè parallelæ sint rectæ HB, EZ, coincidant in puncto Θ. Quandoquidem æqualis est EZ ipsi ΔH, hoc est ipsi HB, & est parallela, EB, ipsi ZH. Igitur † æqualis est ZΘ ipsi ΘH. Quamobrem angulus [f] ΘHZ angulo ΘZH æqualis est. Est autem ΘHZ datus. Igitur †† angulus HZΘ datus est. Quamobrem & qui deinceps est HZE datus est. Igitur reliquus ZEB datus est.

a 31. 1. — b 26. 1. — c 29. 1. — d 5. 1. — f vt reliquus è summa duorum rectorũ, per 32. 1

† Ostendemus autem ZΘ ipsi HΘ æqualem esse hâc ratione. Quandoquidem in triangulo EΘB vni laterum EB parallela acta est ZH, latera EΘ, BΔ proportionaliter secta [e] sunt. Igitur est vt EZ ad ZΘ, ita BH ad HΘ. Est alternatim [f] EZ ad HB, vt ZΘ ad ΘH, sed EZ ipsi HB æqualis ostensa est. Igitur ZΘ ipsi HΘ æqualis est. e 4. 6. — f 4. 5.

†† Quia datus est angulus [g] ΔHB. g 15. 1.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λδ.

Ἐὰν εἰς παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας, ἀπὸ δεδομένου σημείου εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, εἰς δεδομένον λόγον τμηθήσεται.

PROPOSITIO 34.

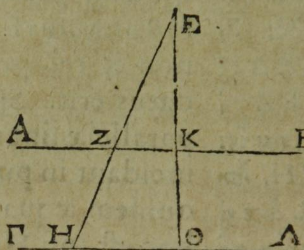
Si in datas positione parallelas rectas, à dato puncto,

agatur linea recta, secabitur data ratione.

IN parallelas enim positione datas rectas AB, ΓΔ, à dato puncto E agatur linea EZH.

Dico quod ipsius EZ ad ZH data ratio est. Agatur enim à puncto ᵃE ad rectam ΓΔ, perpendicularis EKΘ. Quandoquidem à dato puncto E ad positione datam rectam ΓΔ recta EΘ acta est, quæ facit angulũ EΘH datum. Igitur positione ᵇ data est EΘ. Est autem vtraque rectarum AB, ΓΔ positione data. Igitur ᶜ vtrumque punctorum K, Θ datũ est, sed & punctum E datum est. Igitur ᵈ vtraque rectarum EK, KΘ data est. Igitur ᵉ ratio ipsius EK ad KΘ data est. Sed est EK ad KΘ, vt EZ, ad ZH. Igitur ipsius EZ ad ZH data ratio est.

a 11. 1.
b 30.
c 25.
d 26.
e 1.



Εἰς γὰρ παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας, τὰς AB ΓΔ, ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ E, εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ EZH. Λέγω ὅτι λόγος ἐστὶ τῆς EZ πρὸς ZH δοθείς. Ἤχθω γὰρ ἀπὸ E σημείου, ἐπὶ τὴν ΓΔ κάθετος ἡ EKΘ.

Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ E, ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ EΘ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν, τὴν ὑπὸ EΘH, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ EΘ. θέσει δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν AB, ΓΔ. δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν K, Θ. ἔστι δὲ καὶ τὸ E δοθὲν, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν EK, KΘ. λόγος ἄρα τῆς EK, πρὸς τὴν KΘ δοθείς. καὶ ἔστιν ὡς ἡ EK πρὸς τὴν KΘ, οὕτως ἡ EZ πρὸς τὴν ZH. λόγος ἄρα καὶ τῆς EZ πρὸς τὴν ZH δοθείς.

Quod autem sit EK ad KΘ, vt EZ ad ZH, ita ostendemus. Quandoquidem in triangulo EHΘ, vni laterum ᶠ HΘ acta est parallela ZK, latera EH, EΘ proportionaliter secta sunt. Est igitur vt EK ad KΘ, ita EZ ad ZH.

f 2. 6.

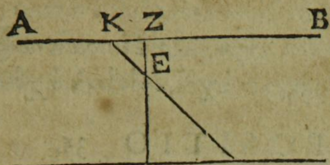
ALITER.

IN parallelas enim positione datas rectas AB, BΓ, per datum punctum E agatur recta

ΑΛΛΩΣ.

Εἰς γὰρ παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας τὰς AB, ΓΔ, ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ E εὐθεῖα

γραμμὴ ἥκτω ZH. Λέγω ὅτι λόγος ἐστὶ τῆς ZE πρὸς τὴν HE δοθείς. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ E σημείου ἐπὶ τῆς ΓΔ κάθετος ἡ EΘ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ K. Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ E, ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ, ἦκται ἡ EΘ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ EΘH, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ EΘ. θέσει δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν AB, ΓΔ. ἑκάτερον ἄρα τῶν K, Θ σημείων δοθέν ἐστιν. ἔστι καὶ τὸ E δοθέν, δοθεῖσα ἄρα ἑκατέρα τῶν KE, EΘ. λόγος ἄρα τῆς ΘE πρὸς EK δοθείς. ὡς δὲ ἡ ΘE πρὸς EK, οὕτως ἡ HE πρὸς τὴν EZ. λόγος ἄρα καὶ τῆς HE πρὸς τὴν EZ δοθείς.



linea ZH. Dico quod HE ad ZE data ratio est. Agatur enim à puncto E ad rectam ΓΔ *a* perpendicularis EΘ, & producatur ad punctum K. a 12. 1.

Quandoquidem itaque à puncto E, ad positione datam rectam ΓΔ, acta est EΘ, quæ facit angulum EΘH datum. Igitur positione *b* data est ΘE. Est autem vtraq; rectarum AB, ΓΔ positione data. Igitur vtrumq; *c* punctorum Θ, K datum est. Datum est autem punctum E. Igitur vtraque rectarum *d* ΘE, EK magnitudine data est. Igitur ipsius ΘE ad EK data *e* ratio est. Vt autem † EK ad ΘE, ita ZE ad HE. Igitur ipsius ZE ad HE data ratio est.
b 30.
c 25. 1.
d 26.
e 1.

† Quod autem sit vt EK ad ΘE, ita HE ad ZE, ita facilè ostendemus. Quandoquidem angulus ΘEH angulo ZEK *f* æqualis est. Sunt autem anguli KΘH, ΘKZ recti, & reliquus EZK reliquo EHΘ æqualis est. Igitur æquiangula sunt triangula ZKE, EΘH, ac proinde *g* KE ad EZ, vt EΘ ad HE. Et alternatim KE ad EΘ, vt EZ ad EH.
f 15. 1.
g 4. 6.

Hæc posterior demonstratio alio medio propositionem hanc non probat, sed alterum eius casum, qui contingere potest. Etenim aut datum punctum iacet extra parallelas, aut intra parallelas. Et siquidem extra parallelas iacet, superiore demonstratione rationem ipsius EZ ad ZH datam fuisse ostensum est. Iam altero casu, quo intra parallelas iacet punctum E, hac posteriore demonstratione, idem de linea quæ acta est per punctum E ostenditur, quod in superiore: ipsius nempe EH ad ZE datam esse rationem.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λε.

Ἐὰν ἀπὸ δεδομένου σημείου, ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, καὶ τμηθῇ εἰς δεδομένον λόγον, διὰ δὲ τομῆς παρὰ τὴν θέσει δεδομένην εὐθεῖαν, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, δέδοται ἡ ἀχθεῖσα τῇ θέσει.

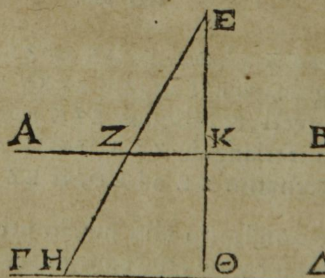
PROPOSITIO 35.

Si à dato puncto, in datam poſitione rectam, agatur recta linea, ſecetúrque datâ ratione, agatur autem per punctum ſectionis, contra datam poſitione rectam, recta linea, acta linea poſitione data eſt.

ETenim à dato puncto E, in poſitione datã rectam ΓΔ, agatur recta linea EH, & ſecetur datâ ratione, ſcilicet ipſius EZ ad ZH, & agatur per punctum Z, ipſi ΓΔ parallela AZB.

Dico quod poſitione data eſt AZB. Agatur enim à puncto E ad rectam ΔΓ perpendicularis EΘ.

Quandoquidem itaque à dato ſigno E in datam poſitione rectam ΔΓ acta eſt recta linea EΘ, quæ facit angulum EΘH datum. Igi-
a 30. tur poſitione data ᵃ eſt EΘ. Eſt autem ΔΓ poſitione data. Igi-
b 26. tur datum ᵇ eſt punctum Θ. Eſt autem punctum E datum. Igitur ᶜ EΘ magnitudine & poſitione data eſt. Cumque ſit vt



Ἀπὸ γὰρ δεδομένου σημείου τοῦ Ε, ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ, εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ ΕΗ, καὶ τετμήσθω εἰς δεδομένον λόγον, τοῦ τῆς ΖΕ πρὸς ΗΖ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Ζ τῇ ΓΔ παράλληλος ἡ ΑΖΒ.

Λέγω ὅτι θέσει ἐστὶν ΑΖΒ. ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Ε ἐπὶ τὴν ΓΔ κάθετος ἡ ΕΘ.

Καὶ ἐπεὶ ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ Ε, ἐπὶ τὴν θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΘ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΘΗ. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΘ. θέσει δὲ καὶ ἡ ΓΔ. δοθὲν ἄρα τὸ Θ σημεῖον. ἔστι δὲ καὶ τὸ Ε δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΘ. καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς

ΕΖ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ΕΚ πρὸς ΚΘ. καὶ ἔστι λόγος τῆς ΕΖ πρὸς ΖΗ δοθείς. λόγος ἄρα τῆς ΕΚ πρὸς ΚΘ δοθείς. συνθέντι ἄρα λόγος τῆς ΘΕ πρὸς ΕΚ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ ΕΘ τῷ μεγέθει. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΕΚ τῷ μεγέθει. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει, καὶ δοθὲν τὸ Ε, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Κ. Ἐπεὶ οὖν διὰ δεδομένου σημείου τοῦ Κ, παρὰ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται, ἡ ΑΒ, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ.

EZ ad ZH, ita EK ad KΘ. Et sic
ipsius EZ ad ZH data ratio. Igi-
tur ipsius EK ad KΘ data ratio
est. Igitur componendo a ipsius a 18 5.
EΘ ad EK data ratio est. Data
autem est ΘE magnitudine. Igi-
tur EK magnitudine b data est, b 2.
sed & positione data c est EK, & c 27.
datum est punctum E. Igitur
datum est punctum K. Quan-
doquidem igitur per datum
punctum K, contra datam po-
sitione rectam ΔΓ recta linea
AB acta est. Igitur recta AB positione d data est. d 28.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λϛ.

Ἐὰν ἀπὸ δεδομένου σημείου ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, καὶ προστεθῇ τις αὐτῇ εὐθεῖα, λόγον ἔχουσα πρὸς αὐτὴν δεδομένον, διὰ δὲ τοῦ πέρατος τῆς προστεθείσης, παρὰ τὴν θέσει δεδομένην εὐθεῖαν, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, δέδοται ἡ ἀχθεῖσα τῇ θέσει.

PROPOSITIO 36.

Si à dato puncto in datam positione rectam lineam, agatur recta linea, adiiciatur autem ipsi aliqua recta, quæ ad illam habeat rationem datam, per extremitatem autem adiectæ lineæ, agatur contra datam positione rectam linea recta, acta linea positione data est.

Ἀπὸ γὰρ δεδομένου σημείου τοῦ Ε, ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ ΕΗ, καὶ προσκείσθω τῇ

Etenim à data puncto E ad positione datam rectam ΔΓ agatur recta EH adiiciatur autem ipsi recta ZE, quæ ad

EH rationem habeat datam: per punctum autem Z, ipsi ΔΓ agatur parallela AKB.

Dico quod positione data est AKB. Agatur enim à puncto E ad ΔΓ perpendicularis EΘ, & producatur ad punctum K.

Quandoquidẽ itaque à puncto E ad datam positione rectam ΔΓ acta est recta linea KΘ, quæ facit angulum KΘH datũ. Igitur positione data est KEΘ. Est autem ΔΓ positione data. Igitur datum est punctum Θ. Est autem punctum E datum. Igitur data est EΘ. Cumque ratio ipsius EZ ad EH data sit, & sit † KE ad ΘE, vt ZE ad EH. Igitur ratio ipsius KE ad EΘ data est. Data autem est ΘE. Igitur EK data est. Atqui positione data est EK, & datum est punctum E. Igitur punctum K datum est. Quandoquidem igitur per datum punctum K contra datam positione rectam ΔΓ, acta est recta linea AB. Igitur recta AB positione data est.

EH ἡ EZ λόγον ἔχουσα πρὸς τὴν EH δεδομένον, διὰ δὲ τοῦ Z παράλληλος ἤχθω ἡ AKB.

Λέγω ὅτι θέσει ἐστὶ AKB. ἤχθω ἀπὸ τοῦ E ἐπὶ τὴν ΓΔ κάθετος ἡ EΘ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ K. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ E, ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται, ἡ KΘ δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ EΘH. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΘEK. θέσει δὲ καὶ ἡ ΓΔ. δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Θ σημεῖον. ἔστι δὲ καὶ τὸ E δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ EΘ. καὶ ἐπεὶ λόγος, ἐστὶ τῆς EZ πρὸς EH δοθείς. ὡς δὲ ἡ EK πρὸς EΘ, οὕτως ἡ ZE πρὸς HE. λόγος ἄρα καὶ τῆς EK πρὸς τὴν EΘ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ ΘE, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ EK. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει, καὶ ἔστι δοθὲν τὸ E, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ K. Ἐπεὶ οὖν διὰ δεδομένου σημείου τοῦ K, παρὰ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ AKB. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ AKB.

† Quod autem sit HE ad ZE, vt ΘE ad EK manifestum est ex eo, quod triangula ZKE, ΘEH æquiangula sint, vt ostensum est ad secundam demonstrationem 34. ac proinde vt HE ad ZE ita ΘE ad EK.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λζ.

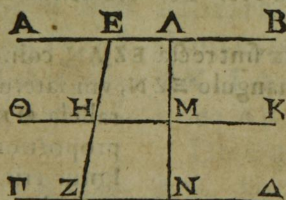
Ἐὰν εἰς παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, καὶ τμηθῇ εἰς δεδομένον λόγον, διὰ δὲ τῆς τομῆς παρὰ τὰς τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας, εὐθεῖα ἀχθῇ, δέδοται ἡ ἀχθεῖσα τῇ θέσει.

PROPOSITIO 37.

Si in datas poſitione parallelas rectas, agatur recta linea, & ſecetur ratione datâ, agatur autem per ſectionis punctum contra datas poſitione rectas linea recta, acta recta linea poſitione data eſt.

Εἰς γὰρ παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ ΕΖ. καὶ τετμήσθω εἰς δεδομένον λόγον τὸν τῆς ΖΗ πρὸς ΗΕ, καὶ διήχθω, διὰ τοῦ Η ὁποτέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ παράλληλος ΘΚ.

Λέγω ὅτι θέσει ἐστὶν ἡ ΘΚ. Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΑΒ δοθὲν σημεῖον τὸ Λ, καὶ κατήχθω ἀπὸ τοῦ Λ ἐπὶ τὴν ΓΔ κάθετος ἡ ΛΝ.



Ἐπεὶ ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ Λ, ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΛΝ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ τῶν ΛΝΔ, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΝ, θέσει δὲ καὶ ἡ ΓΔ, δοθὲν ἄρα τὸ Ν σημεῖον, ἔστι δὲ καὶ τὸ Λ δοθέν, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΛΝ. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τῆς

In parallelas enim, poſitione datas rectas, AB, ΓΔ, agatur recta linea EZ, & ſecetur datâ ratione ipſius ZH ad HE. Et ducatur per punctum H vtrilibet rectarum AB, ΓΔ parallela ΘK.

Dico quod poſitione data eſt ΘK. Accipiatur enim in rectâ AB datum punctum Λ, & deducatur à puncto Λ in rectam ΓΔ perpendicularis ΛN.

Quandoquidem itaque à dato ſigno Λ in datā poſitione rectam ΓΔ, acta eſt recta linea ΛN, quæ facit angulum ΛNΔ datum. Igitur poſitione data eſt ΛN. Eſt autē poſitione data ΓΔ. Igitur datū eſt punctū N: ſed & datū eſt pūctū Λ. Igitur data eſt ΛN. Cumque ratio ip-

ſius ZH ad HE data eſt. † Eſt autem ZH ad HE, ita MN ad MΛ. Igitur ratio ipſius NM ad MΛ data eſt. Eſt autẽ NM data. Igitur data eſt ΛM. Sed & poſitione data eſt, & datũ eſt punctũ Λ. Igitur punctũ M datũ eſt. Quandoquidẽ itaq; per punctũ M, cõtra datam poſitione datam rectam ΓΔ acta eſt recta linea ΘK Igitur poſitione data eſt ΘK.

ZH πρὸς τὴν HE δοθεὶς, ὡς δὲ ἡ ZH πρὸς τὴν HE, οὕτως ἡ NM πρὸς τὴν ΛM. λόγος ἄρα καὶ τῆς NM πρὸς ΛM δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ NM, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΛM. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει, καί ἐστι δοθὲν τὸ Λ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ M. Ἐπεὶ οὖν διὰ δεδομένου σημείου τοῦ M παρὰ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΘK, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΘK.

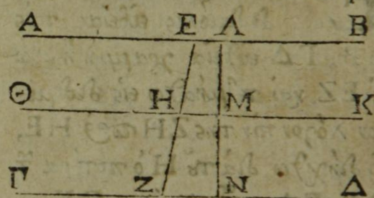
† Quod autem ſit ZH ad HE, vt NM ad ΛM ita oſtendemus. Aut parallelæ ſunt lineæ EZ, ΛN, aut non ſunt parallelæ. Et ſiquidem parallelæ ſunt, cum ex hypotheſi parallelæ ſunt lineæ EΛ, ZN, EZ, ΛN erit parallelogrammum EN. Ideoque latus

a 34.1. [a] EZ, lateri ΛN æquale eſt. Rurſus cum ſint parallelæ rectæ HM, ZN ex hypotheſi, ſintque etiam parallelæ HZ, MN ex hypotheſi, erit parallelogrammum HN. Ideoque latus HZ la-

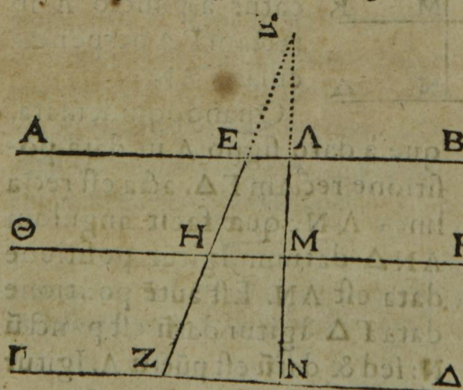
b 7.5. teri MN [b] æquale erit. Ideoque æqua-

c 17.5. les EZ, ΛN, ad æquales HZ, MN eandem habebunt [c] rationem. Igitur

c 2.6. eſt vt EZ, ad HZ, ita ΛN ad MN. Et [d] diuidendo HE ad HZ, ita ΛM ad MN.



Sin autem minime parallelæ ſint rectæ EZ ΛN, coincidant in puncto Ξ. Quandoquidem igitur in triangulo ΞZN, vni laterum ZN acta eſt parallela ΘK Latera ΞZ, ΞN, proportionaliter ſecta [a] ſunt. Igitur erit vt ΞH ad HZ, ita ΞM ad MN, & alternatim vt ΞH ad ΞM. Ita HZ ad MN.



Rurſus cum in triangulo ΞHM vni laterum HM acta ſit parallela EΛ, latera ΞH, ΞM proportionaliter ſecta

e 18.5. ſunt. Igitur eſt vt ΞE ad EH,

f Cor. ita ΞΛ ad NM. Et compo-

4.5. nendo ΞH [e] ad HE, ita ΞM ad ΛM. Et alternatim [f] vt ΞH ad ΞM, ita HE ad MΛ. Vt autem ΞH ad ΞM, ita HE ad MN Igitur ex

æquo

æquo vt HE ad AM, ita HZ ad MN. Et alternatim vt HZ ad HE, ita MN ad ΛM.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λη.

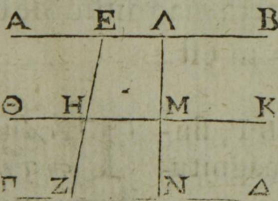
Ἐὰν εἰς παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, καὶ προστεθῇ τις αὐτῇ εὐθεῖα λόγον ἔχουσα πρὸς αὐτὴν δεδομένον, διὰ δὲ τοῦ πέρατος τῆς προστεθείσης, παρὰ τὰς θέσει δεδομένας παραλλήλους εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, δέδοται ἡ ἀχθεῖσα τῇ θέσει.

PROPOSITIO 38.

Si in datis positione parallelas rectas, agatur recta linea, adiiciatur autem ipsi quædã recta, quæ ad illam quæ acta est habeat rationem datam, per extremitatẽ autẽ adiectę agatur contra datas positione parallelas recta linea, data est acta recta linea positione.

Εἰς γὰρ παραλλήλους τῇ θέσει δεδομένας εὐθείας τὰς ΘΚ, ΓΔ εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ ΗΖ. καὶ προσκείσθω τις αὐτῇ εὐθεῖα ἡ ΗΕ λόγον ἔχουσα πρὸς τὴν ΗΖ δεδομένον. διὰ δὲ τοῦ Ε ὁποτέρας τῶν ΘΚ, ΓΔ εὐθειῶν, εὐθεῖα γραμμὴ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΒ.

Λέγω ὅτι θέσει ἐστὶν ἡ ΑΒ. Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΘΚ δοθὲν σημεῖον τὸ Μ. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Μ ἐπὶ τὴν ΓΔ κάθετος εὐθεῖα γραμμὴ ἡ ΝΜ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Λ. ἐπεὶ οὖν ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ Μ ἐπὶ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΓΔ, εὐ-



IN parallelas enim positione datas rectas ΘK, ΓΔ, agatur recta linea HZ, & adiiciatur ipsi quæpiam recta EH, quæ ad HZ habeat rationem datã, per punctum autem E, vtrilibet rectarũ ΘK, ΓΔ, agatur parallela recta linea AB.

Dico quod positione data est AB. Accipiatur enim in lineâ ΘK datum punctum M, & agatur à puncto M in lineam ΓΔ perpendicularis recta linea NM, & producatur ad punctum Λ. Quandoquidem igitur à dato puncto M in positione datam rectam ΓΔ, recta li-

K

nea acta est MN, quæ facit angulum MNΔ datum, igitur positione data MN: sed & positione data est ΓΔ. Igitur datum est punctum N. Est autem punctum N datum. Igitur data est MN. Et quia ratio EH ad EZ data est, est autem vt EH ad EZ, ita ΛM ad MN. Igitur ratio ΛM ad MN data est. Data autem est MN igitur ΛM data est, sed & positione data est ΛM, & datũ est punctum M. Igitur datum est punctum Λ. Quandoquidem igitur per datum punctum Λ, contra datam positione rectam ΘK acta est recta linea AB. Igitur positione data est AB.

θεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΜΝ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΜΝΔ, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΜ. θέσει δὲ καὶ ἡ ΓΔ, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Ν σημεῖον. ἔστι δὲ καὶ τὸ Ν δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΜ. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τῆς ΗΕ πρὸς τὴν ΖΕ δοθείς, ὡς δὲ ἡ ΗΕ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΜΝ πρὸς ΜΛ. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΜΝ πρὸς τὴν ΜΛ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ ΜΝ, δοθεῖσα ἄρα ἡ ΜΛ. Ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει. καὶ ἔστι τὸ Μ δοθέν, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Λ. Ἐπεὶ οὖν διὰ δεδομένου σημείου τοῦ Λ, παρὰ θέσει δεδομένην εὐθεῖαν τὴν ΘΚ, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΑΒ. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ.

† Esse autem vt EH ad ΓZ, ita ΛM ad MN simili ratione ostendetur, qua ad propositionem superiorem anteà demonstratum fuit.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ λθ.

Ἐὰν τριγώνου ἑκάστη τῶν πλευρῶν δεδομένη ᾖ τῷ μεγέθει, δέδοται τὸ τρίγωνον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 39.

Si trianguli singula latera magnitudine data sint, triangulum specie datum est.

Trianguli enim ABΓ, singula latera sunto magnitudine data.

Dico quod triangulum ABΓ specie datum est.

Exponatur enim recta positio-

Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἑκάστη τῶν πλευρῶν δεδομένη ἔστω τῷ μεγέθει.

Λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον δέδοται τῷ εἴδει.

Ἐκκείσθω γὰρ ἡ εὐθεῖα τῇ θέ-

πει δεδομένη ἡ ΔΗ πεπερασμένη μὲν κατὰ τὸ Δ, ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ λοιπὸν Η. καὶ κείσθω τῇ μὲν ΑΒ ἴση ἡ ΔΕ. δοθεῖσα δὲ ἡ ΑΒ, δοθεῖσα ἄρα ἡ ΔΕ. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει, καὶ ἔστι δοθὲν τὸ Δ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ε. τῇ δὲ ΒΓ κείσθω ἴση ἡ ΕΖ, δοθεῖσα δὲ ἡ ΒΓ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΕΖ. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει. καὶ ἔστι δοθὲν τὸ Ε. δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ζ. πάλιν κείσθω τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΖΗ. δοθεῖσα δὲ ἡ ΑΓ. δοθεῖσα ἄρα καὶ ΖΗ. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει, καὶ δοθὲν ἐστὶ τὸ Ζ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Η. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ε, διαστήματι δὲ τῷ ΔΕ, γεγράφθω κύκλος ὁ ΚΔΘ. θέσει ἄρα ἐστὶ ὁ ΚΔΘ κύκλος. πάλιν τῷ μὲν κέντρῳ Ζ, διαστήματι δὲ ΖΗ, γεγράφθω ΚΗΛ κύκλος. θέσει ἄρα ἐστὶν ὁ ΚΗΛ κύκλος. δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ Κ σημεῖον. ἔστι δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν

ne data ΔH, finita ad punctum Δ, infinita ad reliquam partem H. In eâ autem sumatur ipsi AB æqualis ΔE. Est autem AB data, igitur data est ΔE: sed & ipsa ΔE positione data est, & datum est punctum Δ, igitur punctum E [a] datum est. Iterùm ponatur [a 27.] ipsi BΓ æqualis EZ. Est autem BΓ data, igitur data est EZ. Sed & EZ positione data est, & datũ est punctum E. Igitur punctũ Z datũ est. Ponatur rursus ipsi AΓ æqualis ZH. Est autem AΓ data. Igitur & ZH data est. Sed & positione data est ZH, & datum est punctum Z. Igitur punctum H datum est. Iam centro quidẽ E, interuallo autem EΔ circulus describitor KΔΘ. Igitur positione datus est circulus [b] KΔΘ. [b 6. def.] Rursus centro quidem Z interuallo autem ZH circulus describitor HKΛ. Igitur positione datus est circulus HKΛ. Igitur [c 25.] datum est [c] punctum K. Est autem vtrumque punctorum

EZ datum. Igitur vnaquæque d
d 26. linearum KE, EZ, ZK, positione & magnitudine data est. Igitur triangulum KEZ † specie datũ est. Et æquale est & simile triangulo A B Γ. Igitur triangulum ABΓ specie datum est.

EZ δοθὲν, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκάστη τῶν KE, EZ, ZK, τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει. δέδοται ἄρα τὸ KEZ τρίγωνον τῷ εἴδει. καὶ ἐστιν ἴσον τε καὶ ὅμοιον τὸ τῷ A B Γ. δέδοται ἄρα τὸ A B Γ τρίγωνον τῷ εἴδει.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Quandoquidem igitur datæ sunt rectæ* KE, EZ *earum ad inuicem*
e Sch. 4. *data ratio est, similiter autem & ipsarum* EZ, KZ *ad inuicem data*
dem. 30 huius. *ratio est. Rursus quandoquidem ipsæ* KE, EZ *positione datæ sunt, igitur semper eundem suum obtinent. Igitur angulus* e KEZ *magnitudine datus est. Similiter autem & angulus* EZK *magnitudine datus*
f 34. 1. *est, igitur & reliquus* f ZKE *magnitudine datus est. Igitur triangulum*
g 3. def. EKZ g *specie datum est.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μ.

Ἐὰν τριγώνου ἑκάστη τῶν γωνιῶν δεδομένη ᾖ τῷ μεγέθει, δέδοται τὸ τρίγωνον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 40.

Si trianguli singuli anguli magnitudine dati sint, triangulum specie datum est.

TRianguli enim A B Γ, vnusquisque angulorum magnitudine datus esto.

Dico triangulum A B Γ specie datum esse.

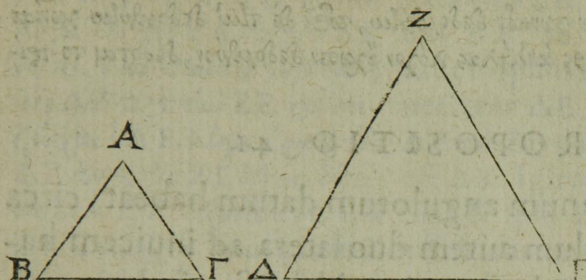
Exponatur enim positione & magnitudine data recta Δ E, & constituitor ad puncta Δ, E angulo Γ B Δ æqualis angulus rectilineus Z Δ E, angulo au-

ΤΡιγώνου γὰρ A B Γ ἑκάστη τῶν γωνιῶν δεδομένη ἔστω τῷ μεγέθει.

Λέγω ὅτι τὸ τρίγωνον A B Γ, δέδοται τῷ εἴδει.

Ἐκκείσθω γὰρ τῇ θέσει, καὶ τὸ μεγέθει δεδομένη εὐθεῖα ἡ Δ E, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ Δ E καὶ τοῖς πρὸς αὐτῇ σημείοις τοῖς Δ, E τῇ μὲν ὑπὸ Γ B A γωνίᾳ ἴση γωνία εὐθύγραμ-

μος, ἡ ὑπὸ ΖΔΕ. τῇ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἡ ὑπὸ ΖΕΔ.



λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ ἴση ἐστί. δοθεῖσα δὲ ἑκάστη τῶν πρὸς τοῖς Α, Γ, Β, σημείοις γωνιῶν. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἑκάστη τῶν πρὸς τοῖς Ζ, Δ, Ε.

Ἐπεὶ οὖν πρὸς θέσει δεδομένῃ εὐθείᾳ τῇ ΔΕ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δεδομένῳ τῷ Δ, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΔΖ δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν, τὴν πρὸς τῷ Δ. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΕΖ θέσει ἐστίν. δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Ζ σημεῖον. ἔστι δὲ ἑκάτερον τῶν Δ, Ε δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκάστη τῶν ΔΕ, ΔΖ, ΕΖ τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει. δέδοται ἄρα τὸ ΔΖΕ τρίγωνον τῷ εἴδει. καὶ ἔστιν ὅμοιον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ. δέδοται ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

tem Α Γ Β æqualis angulus Ζ Ε Δ. Igitur reliquus angulus Β Α Γ, a [a] 34. 1.
reliquo Ε Ζ Δ æqualis eſt. Vnuſquiſque autem eorum qui ad Α, Β, Γ, puncta ſunt angulorũ datus eſt. Igitur vnuſquiſque eorum qui ad Δ, Ε, Ζ, poſiti ſunt datus eſt.

Quandoquidem igitur ad poſitione datã rectam lineam Δ Ε, acta eſt recta Δ Ζ, quæ facit angulum Ζ Δ Ε datum, ad punctũ Δ. Igitur poſitione b data eſt b 29.
Ε Ζ. Ideoque ſimiliter poſitione data eſt Ε Ζ. Igitur c punctum Ζ c 25.
poſitione datum eſt. Datum autem eſt vtrumque punctorum Δ, Ε. Igitur vnaquæque linearũ d Δ Ζ. Δ Ε, Ε Ζ, poſitione & ma d 26.
gnitudine data eſt. Igitur triangulũ e Δ Ζ Ε † ſpecie datum eſt. e 39.
Et eſt ſimile f triãgulo Α Β Γ. Igitur triangulum Α Β Γ ſpecie da f 1. def. 6. & 4. 6.
tum eſt.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Quandoquidem igitur vtraque ipſarum* Δ Ζ, Ε Ζ *data eſt, & ambarum ad inuicem data ratio eſt, ſimiliter & ipſarum* Ε Ζ, Ζ Δ *data ratio eſt. Inſuper & vnuſquiſque angulorum ad* g Δ, Ε, Ζ, *magnitudine* g ex hypotheſi.
datus eſt. Igitur triangulum Δ Ε Ζ h *ſpecie datum eſt.* h 3. def.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μα.

Εὰν τρίγωνον μίαν ἔχῃ γωνίαν δεδομένην, περὶ δὲ τὴν δεδομένην γωνίαν δύο πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσιν δεδομένον, δέδοται τὸ τρίγωνον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 41.

Si triangulum vnum angulorum datum habeat, circa datum angulum autem duo latera ad inuicem habeant rationẽ datam, triangulum ſpecie datum eſt.

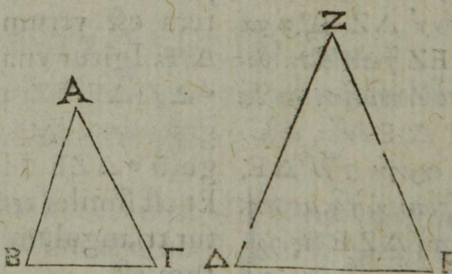
Habeto enim triangulum ΑΒΓ, vnum angulum datum, nempe ΒΑΓ, circa datum autem angulũ ΒΑΓ, latera ΒΑ, ΑΓ, habento ad inuicem rationem datam.

Dico quod triangulum ΑΒΓ ſpecie datum eſt.

Exponatur enim poſitione & magnitudine data recta ΔΖ. Et conſtituatur ad rectam ΔΖ. Et datum in eâ punctũ Ζ, angulo ΒΑΓ, æqualis *a* angulus ΔΖΕ. Eſt autem angulus ΒΑΓ datus. Igitur angulus ΔΖΕ datus eſt.

a 23.1.

Quandoquidem igitur ad poſitione datam rectam ΔΖ, & datum in eâ punctum Ζ acta eſt re-



Ἐχέτω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μίαν γωνίαν δεδομένην τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, περὶ δὲ τὴν ὑπὸ ΒΑΓ αἱ πλευραὶ αἱ ΒΑ, ΑΓ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον.

Λέγω ὅτι ΑΒΓ τρίγωνον δέδοται τῷ εἴδει.

Ἐκκείσθω γὰρ τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει δεδομένη εὐθεῖα ἡ ΔΖ. καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΖ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ζ τῇ ὑπὸ τῆς ΒΑΓ γωνίᾳ, ἴση ἡ ὑπὸ ΔΖΕ, δοθεῖσα δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐπεὶ οὖν πρὸς θέσει δεδομένῃ εὐθείᾳ τῇ ΔΖ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ δεδομένῳ σημείῳ τῷ Ζ εὐθεῖα

γραμμὴ ἦκται ἡ ΖΕ δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΔΖΕ, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΕ. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τῆς ΒΑ πρὸς τὴν ΑΓ δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς ΔΖ πρὸς τὴν ΖΕ. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΔΖ πρὸς τὴν ΖΕ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ ΔΖ. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΕ. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει, καὶ ἔστι τὸ Ζ δοθέν, δοθὲν ἄρα τὸ Ε. ἔστι δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν Δ, Ζ δοθέν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκάστη τῶν ΔΖ, ΖΕ, ΕΖ τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει. δέδοται ἄρα τὸ ΔΖΕ τρίγωνον τῷ εἴδει. καὶ ἐπεὶ δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχει, τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ, περὶ δὲ τὰς ὑπὸ τῶν ΒΑΓ, ΔΕΖ γωνίας, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ. δέδοται δὲ τὸ ΔΖΕ τρίγωνον τῷ εἴδει. δέδοται ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

cta linea ZE, quæ facit angulum ΔZE datum. Igitur poſitione data eſt [a] ZE. Cumque ratio ipſius BA, ad AΓ data ſit: fiat eadem ipſius ΔZ ad ZE, & connectatur ΔE. Igitur ratio ipſius ΔZ ad ZE data eſt. Data autem eſt ΔZ. Igitur [b] data eſt eſt ZE. Sed & ipſa ZE poſitione data eſt, & datum eſt punctum Z, igitur [c] datum eſt punctum E. Eſt autem vtrumq; punctorum Δ,Z datũ. Igitur data eſt vnaquæq; linearum ΔZ, ZE, ΔE, poſitione [d] & magnitudine. Igitur triangulum [e] ΔEZ ſpecie datum eſt. Cumq; duo triangula ABΓ, ΔEZ vnum angulum, vni angulo æqualem habeant, ſcilicet angulum BAΓ angulo ΔZE, circa æquales angulos autem BAΓ, ΔZE latera proportionalia, triangulum [f] ABΓ triangulo ΔEZ ſimile eſt. Triangulum autem ΔZE ſpecie datum eſt. Igitur triangulum ABΓ ſpecie datum eſt.

a 29. b 2. c 27. d 26. e 39. f 6. 6.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μβ.

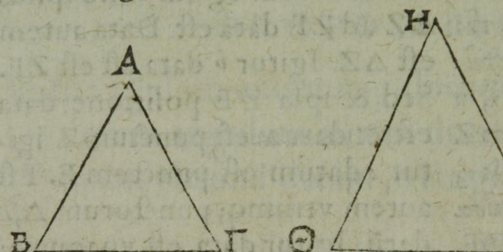
Ἐὰν τριγώνου αἱ πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον, δέδοται τὸ τρίγωνον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 42.

Si trianguli latera, ad inuicem habeant rationem datam, triangulum ſpecie datum eſt.

ETenim trianguli ABΓ, latera ad inuicem habento rationem datam.

Dico quod triangulum ABΓ ſpecie datũ eſt. Exponatur enim data magnitudine recta ZΔ.



Quandoquidem ratio ipſius AB ad BΓ data eſt, fiat eadem ipſius Δ ad E. Data autem eſt Δ. Igitur eſt data eſt E. Rurſus quãdoquidem ratio ipſius BΓ ad AB data eſt. Fiat eadem ipſius E ad Z. Eſt autem E data. Igitur Z data eſt. Et ex tribus rectis, quæ tribus datis rectis Δ, E, Z æquales ſint, & quarum duæ reliquâ maiores ſunt, quoquomodo ſumptæ cõſtituitor triangulum HΘK, ita vt æquale ſit Δ ipſi HΘ. Ipſa autẽ E ipſi ΘK, & Z ipſi HK. Eſt autem vnaquæque linearum Δ, E, Z, data. Igitur data eſt vnaquæque linearũ HΘ, ΘK, KH magnitudine. Igitur triangulum [a] HΘK ſpecie
a 39. datum eſt. Itaque quoniam eſt vt AB ad BΓ, ita Δ ad E. Eſt autem Δ æqualis ipſi HΘ. Ipſa autem E ipſi ΘK æqualis. Igi-

ΤΡιγώνου γὰρ ΑΒΓ αἱ πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον.

Λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον δέδοται τῷ εἴδει.

Ἐκκείσθω γὰρ δεδομένη τῷ μεγέθει εὐθεῖα ἡ Δ, καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τῆς ΑΒ πρὸς ΒΓ δοθείς. ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς Δ πρὸς τὴν Ε. δοθεῖσα δὲ ἡ Δ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Ε. πάλιν ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τῆς ΒΓ πρὸς τὴν ΑΓ δοθεὶς αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς Ε πρὸς τὴν Ζ. δοθεῖσα δὲ ἡ Ε δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Ζ. καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις ταῖς Δ, Ε, Ζ, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εισι πάντη μεταλαμβανόμεναι τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΗΘΚ ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν Δ τῇ ΗΘ, τὴν δὲ Ε τῇ ΘΚ, τὴν δὲ Ζ τῇ ΗΚ. δοθεῖσα δὲ ἑκάστη τῶν Δ, Ε, Ζ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἑκάστη τῶν ΗΘ, ΘΚ, ΚΗ τῷ μεγέθει. δέδοται ἄρα τὸ ΗΘΚ τρίγωνον τῷ εἴδει. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτω ἡ Δ πρὸς τὴν Ε. ἴση δὲ ἡ μὲν Δ τῇ ΗΘ, ἡ δὲ Ε τῇ ΘΚ. ἔστιν

ἄρα ὡς

ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΘΚ. Πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ, πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ Ε πρὸς τὴν Ζ· ἴση δὲ ἡ Ε τῇ ΘΚ, ἡ δὲ Ζ τῇ ΗΚ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ, πρὸς τὴν ΓΑ, οὕτως ἡ ΘΚ πρὸς ΚΗ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΗΚ. δι' ἴσου ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΗΚ. ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΗΚ πρὸς τὴν ΚΘ. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΗΘΚ τριγώνῳ. δέδοται δὲ τὸ ΗΘΚ τρίγωνον τῷ εἴδει. δέδοται ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

tur eſt vt AB ad BΓ, ita HΘ ad ΘK. Rurſus quoniam eſt vt BΓ ad ΓA, ita E ad Z. Eſt autem E æqualis ipſi KΘ, & Z ipſi HK. Igitur eſt vt BΓ ad ΓA, ita ΘK ad KH. Oſtenſum autem eſt, vt AB ad BΓ, ita HΘ ad HK. Eſt igitur ex æquo AB ad AΓ, ita HΘ ad HK. Eſt autem vt AΓ ad BΓ, ita HK ad KΘ. Igitur triangulum ABΓ, triangulo HΘK a ſimile eſt. Eſt autẽ trian- a 5. 6.
gulum HΘK b ſpecie datum. b 39.
Igitur triangulum ABΓ ſpecie datum eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μγ.

Ἐὰν τριγώνου ὀρθογωνίου, περὶ μίαν τῶν ὀξειῶν γωνιῶν, αἱ πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι δεδομένον, δέδοται τὸ τρίγωνον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 43.

Si trianguli rectanguli circa vnum acutorum angulorum, latera ad inuicem habeant rationem datam, triangulum ſpecie datum eſt.

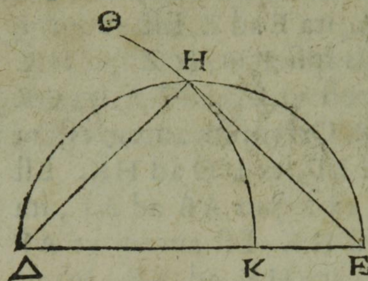
Τριγώνου γὰρ ὀρθογωνίου τοῦ ΑΒΓ, ὀρθὴν ἔχοντος τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν, περὶ μίαν τῶν ὀξειῶν αὐτοῦ γωνιῶν τὴν ὑπὸ ΓΒΑ, αἱ πλευραὶ αἱ ΓΒ, ΒΑ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον.

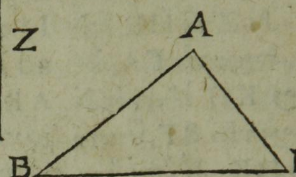
Λέγω ὅτι δέδοται τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

Trianguli enim rectanguli ABΓ rectum habentis angulum BAΓ, circa vnum acutorum regulorum habento latera ΓB, BA rationem datam.

Dico quod triangulum ABΓ ſpecie datum eſt.

Exponatur enim poſitione, & magnitudine data recta ΔE, &





deſcribitor ſuper Δ E ſemicirculus Δ H E. Igitur poſitione datus eſt ſemicirculus ΔHE. Et quia ratio ipſius ΓB ad BA data eſt, fiat eadem ipſius ΔE ad Z. Igitur ratio ipſius ΔE ad Z data eſt. Data autem eſt ΔE. Igitur Z data eſt. Et maior eſt † ΓB ipſâ
a 14. 5. BA. Igitur *a* maior eſt EΔ ipsâ Z. Accommodetur ipſi Z æqua-
b 2. lis *b* ΔH, & connectatur HE, & centro quidẽ Δ, interuallo autem ΔH, circulus deſcribitor ΘHK. Igitur poſitione datus eſt ſemicirculus ΘHK, ipſius ſiquidem centrum datum eſt, & ea quæ ex centro eſt magnitudine. Eſt autem † ſemicirculus Δ H E poſitione datus. Igitur punctum H datum eſt. Datum eſt autem vtrumq; punctorum Δ, E. Igitur vnaquæque linearũ HΔ, EH, ΔE poſitione & magnitudine data eſt. Igitur triangulum HΔE ſpecie datum eſt. Quandoquidem igitur triangula ABΓ, ΔEH vnum angulum vni angulo æqualem habẽt,

Ἐκκείσθω γὰρ τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει δεδομένη εὐθεῖα ἡ ΔΕ, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΔΕ ἡμικύκλιον τὸ ΔΗΕ, θέσει ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΔΗΕ ἡμικύκλιον. ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τῆς ΓΒ πρὸς τὴν ΒΑ δοθείς, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω, ὁ τῆς ΔΕ πρὸς τὴν Ζ. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΔΕ πρὸς τὴν Ζ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ ΔΕ· δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Ζ. καὶ ἔστι μείζων ἡ ΓΒ τῆς ΒΑ. μείζων ἄρα καὶ ἡ ΕΔ τῆς Ε. ἐνηρμόσθω τῇ Ζ ἴση ἡ ΔΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΕ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Δ διαστήματι δὲ τῷ ΔΗ κύκλος γεγράφθω ὁ ΘΗΚ, θέσει ἄρα ἐστὶν ὁ ΘΗΚ κύκλος, δέδοται γὰρ αὐτοῦ τὸ κέντρον, καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῷ μεγέθει. θέσει δὲ καὶ τὸ ΔΗΕ ἡμικύκλιον, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Η σημεῖον. ἔστι δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν Δ, Ε δοθέν, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκάστη τῶν ΗΔ, ΕΗ, ΕΔ τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει. δέδοται ἄρα τὸ ΗΔΕ τρίγωνον τῷ εἴδει. ἐπεὶ οὖν δύο τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ, ΔΕΗ, μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχοντα τὴν

ὑπὸ ΒΑΓ, τῇ ὑπὸ ΔΗΕ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας τὰς ὑπὸ ΓΒΑ, ΕΔΗ ἑκατέραν ἅμα ἐλάσσονα ὀρθῆς, τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τῷ ΔΕΗ. δέδοται δὲ τὸ ΔΕΗ τῷ εἴδει· δέδοται ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

angulum ſcilicet ΒΑΓ, angulo ΔΗΕ, circa alios autem angulos ΓΒΑ, ΕΔΗ vtrumq; ſimul [a] recto minorẽ latera proportionalia. Igitur triangulũ ΑΒΓ triangulo ΔΕΗ ſimile eſt. Triangulum autem ΔΕΗ ſpecie datum eſt. Igitur triangulum ΑΒΓ ſpecie datum eſt. a 7.6.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Quandoquidem enim ponitur* ΔΕ *poſitione & magnitudine data, manifeſtum eſt, quod ſi bifariam ſecetur* ΔΕ *in puncto* Α *vtrumque ſegmentorum* ΑΕ, ΔΑ *datum erit. Iam cum tota* ΔΕ *poſitione data ſit, ex hypotheſi, vtraque rectarum* ΔΑ, ΑΕ *poſitione data erit, & cum datum ſit vtrumque punctorum* Δ *&* Ε. *Igitur datum eſt punctum* Α, *iam ſi centro* Α *interuallo autem* ΑΕ *vel* ΑΔ, *quia æquales ſunt, deſcribatur circulus* ΔΗΕ. *Quandoquidem eius centrum* Α *datum eſt, & ea quæ ex centro* ΑΕ, *vel* ΑΔ *magnitudine data eſt, circulus* ΔΗΕ *poſitione & magnitudine datus eſt.*

† Quod autem ΒΓ ipsâ ΓΑ maior ſit, ita oſtendemus. Quandoquidem in triangulo ΒΑΔ maius latus maiori [b] angulo opponitur, angulus autem ΒΑΓ rectus eſt, ac proinde duob⁹ reliquis ſimul ſumptis ΑΓΒ, ΑΒΓ ęqualis: Ideo quolibet eorum maior. Igitur latus ΒΑ latere ΒΓ maius eſt. b 19.1.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μδ.

Ἐὰν τρίγωνον μίαν ἔχῃ γωνίαν δεδομένην, περὶ δὲ ἄλλην γωνίαν αἱ πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι δεδομένον, δέδοται τὸ τρίγωνον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 44.

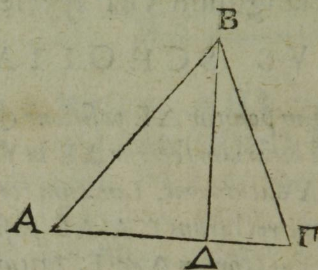
Si triangulum datum vnum angulum habeat, circa aliũ autem angulum, latera ad inuicem habeant rationem datam, triangulum ſpecie datum eſt.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μίαν ἔχον γωνίαν δεδομένην

Eſto triangulum ΑΒΓ, quod datum vnum angulum ha-

beat qui sit B A Γ, circa alium autem angulum A B Γ, latera A B, B Γ habento rationem datam.

Dico quòd triangulum A B Γ specie datum est. Esto porro angulus B A Γ non rectus, sed primũ acutus, & agatur à puncto B in lineã A Γ perpendicularis B Δ.



Quandoquidem itaque datus est angulus B Δ A, est autem angulus B A Δ datus, igitur reliquus A B Δ datus est. Igi-
a 39. tur triangulum ᵃ B A Δ specie
datum est. Igitur ratio ipsius B A
b 8. ad ᵇ B Δ data est. Sed ipsius A B
ad B Γ data ratio est. Igitur ip-
c 43. sius B Δ ad B Γ data ᶜ ratio est. Et
rectus est angulus B Δ Γ. Igitur
triangulum B Δ Γ specie datum
est. Igitur datus est angulus
d 40. B Γ Δ. Est autem angulus B A Δ
datus. Igitur reliquus ᵈ angulus
A B Γ datus est. Igitur triangulum A B Γ specie datum est.

Sed esto angulus B A Γ obtusus, & producatur Γ A ad punctum E, & agatur à puncto B ad rectam A E perpendicularis B E. Quandoquidem angulus B A Γ datus est. Igitur & qui deinceps

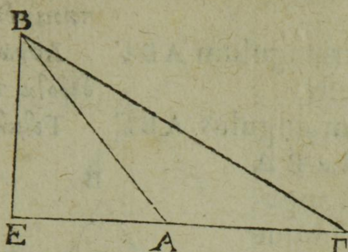
τὴν ὑπὸ B A Γ, περὶ δὲ ἄλλην γωνίαν τὴν ὑπὸ A B Γ, αἱ πλευραὶ AB, BΓ λόγον ἐχέτωσαν πρὸς ἀλλήλας δεδομένον.

Λέγω ὅτι τὸ A B Γ τρίγωνον δέδοται τῷ εἴδει. Μὴ ἔστω δὴ ἡ ὑπὸ B A Γ ὀρθή, ἀλλὰ ἔστω πρότερον ὀξεῖα, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ B σημείου, ἐπὶ τὴν A Γ κάθετος ἡ B Δ.

Καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ B Δ A γωνία. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ B A Δ δοθεῖσα, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν A B Δ δοθεῖσά ἐστι. δέδοται ἄρα τὸ B A Γ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα καὶ τῆς B A πρὸς τὴν B Δ δοθείς. ἀλλὰ τῆς A B πρὸς τὴν B Γ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τῆς B Δ πρὸς B Γ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ B Δ Γ γωνία. δέδοται ἄρα τὸ B Δ Γ τρίγωνον τῷ εἴδει. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῆς B Γ Δ γωνία. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ B A Γ δοθεῖσα, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν A B Γ ἐστὶ δοθεῖσα. δέδοται ἄρα τὸ A B Γ τρίγωνον τῷ εἴδει.

Ἀλλὰ ἔστω ἀμβλεῖα καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ Γ A ἐπὶ τὸ E καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ B σημείου ἐπὶ τὴν A E κάθετος B E. καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ B A Γ. καὶ ἡ ἐφεξῆς ἄρα ἡ ὑπὸ

ΒΑΕ δοθεῖσά ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΕΑ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΒΑ δοθεῖσά ἐστιν. δέδοται ἄρα τὸ ΕΒΑ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα τῆς ΕΒ πρὸς τὴν ΒΑ δοθείς. τῆς δὲ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τῆς ΕΒ ἄρα πρὸς τὴν ΒΓ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΒΕΓ γωνία. δέδοται ἄρα καὶ τὸ ΕΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΓΕ. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία δοθεῖσά ἐστι. δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.



est angulus BAE datus est. Angulus autem BEA datus est. Igitur reliquus EBA datus est. Igitur triangulum EBA specie datum est. Igitur ratio ipsius EB ad BA data est. Est autem ipsius AB ad BΓ data ratio. Igitur ipsius EB ad BΓ data ratio est. Et rectus est [a] angul⁹ BEΓ. Igitur triangulũ EBΓ specie datũ est. Igitur datus est angulus BΓE. Est autem angulus BAΓ datus. Igitur reliquus ABΓ angulus datus est. Igitur triãgulum ABΓ specie datum est. a 43.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ με.

Ἐὰν τρίγωνον μίαν ἔχῃ γωνίαν δεδομένην, αἱ δὲ περὶ τὴν δεδομένην γωνίαν πλευραὶ συναμφότεραι, ὡς μία, πρὸς τὴν λοιπὴν λόγον ἔχωσι δεδομένον, δέδοται τὸ τρίγωνον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 45.

Si triangulum datum vnum angulum habeat, circa datum autem angulum latera simul vtraque, tanquam [a] vnum, ad reliquum latus rationem habeãt datam, triangulum specie datum est.

a id est tanquã vna recta.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μίαν γωνίαν δεδομένην ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ, περὶ δὲ τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν, αἱ πλευραὶ

Esto triangulum ABΓ quod angulum ABΓ datum habeat, circa angulũ autem ABΓ latera AB, BΓ hoc est simul

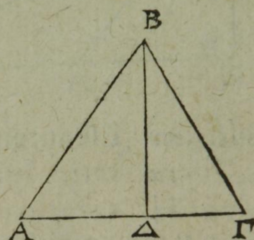
vtraque A B Γ tanquam vnum ad A Γ rationem habento datam.

τουτέστι συναμφοτέρα ἡ ΑΒΓ, ὡς μία, πρὸς τὴν ΑΓ λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον.

Dico quod triangulum A B Γ specie datum est.

Λέγω ὅτι τὸ Α Β Γ τρίγωνον δέδοται τῷ εἴδει.

Secetur enim angulus A B Γ
a 9. 1. bifariam rectâ *a* B Δ
igitur datus est angulus *b* A B Δ. Cumque
b 7. sit vt BA *c* ad BΓ, ita
c 3. 6. A Δ ad Δ Γ alternatim erit vt A B ad A Δ
ita Γ B ad Γ Δ: & vt simul † vtrumque latus
d 18. 5. A B Γ ad Γ A *d* ita A B ad A Δ. Est autẽ simul, vtriusq; A B Γ ad Γ A data ratio. Igitur ratio ipsius B A ad Δ A data est. Et datus est angulus A B Δ. Igitur triangulũ
e 44. A B Δ *e* specie datum est. Igitur angulus B A Δ datus est. Datus autem est angulus A B Γ. Igitur reliquus angulus A Γ B datus est. Igitur triangulum A B Γ specie datum est.



Τετμήσθω γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία δίχα τῇ ΒΔ εὐθείᾳ, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία, καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ. ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΔΓ, καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ ΑΒΓ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΔ. λόγος δὲ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΓ πρὸς τὴν ΑΓ δοθείς. λόγος ἄρα τῆς καὶ τῆς ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ δοθείς. καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία. δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ εἴδει. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ δοθεῖσά ἐστι. δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Sicut enim vnum antecedentium ad vnum consequentium, sic omnia antecedentia ad omnia consequentia.*

ALITER.

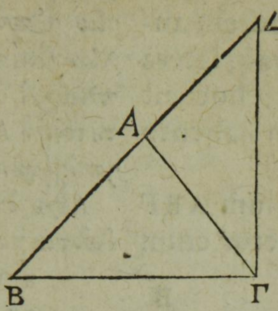
PRoducatur B A in directũ, & ipsi A Γ ponatur æqualis

ΑΛΛΩΣ.

Ἐκβεβλήσθω ἡ Β Α, ἐπ' εὐθείας, καὶ τῇ Α Γ κείσθω

ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

Καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ πρὸς τὴν ΒΓ δοθείς, ἴση δὲ ἡ ΓΑ τῇ ΔΑ. λόγος ἄρα τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΒΓ δοθείς. καί ἐστι δοθεῖσα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ, ἡμίσεια γάρ ἐστι τῆς ὑπὸ ΒΑΓ, δέδοται ἄρα τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τῷ εἴδει. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ δοθεῖσά ἐστι. δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.



ΑΔ, & connectatur ΔΓ.

Cumque ratio ſimul vtriuſque ΒΑΓ ad ΓΒ data ſit, æqualis autē ſit ΓΑ ipſi ΔΑ, igitur totius ΒΑΔ ad ΒΓ data ratio eſt. Et datus eſt angulus ΑΔΓ. Siquidem dimidius † eſt ipſius ΒΑΓ. Igitur triangulum [a] ΒΑΓ ſpecie datum eſt. a 44.
Igitur angulus ΑΒΓ datus [b] eſt: b 3. def.
angulus autem ΒΑΓ datus eſt Igitur reliquus ΑΓΒ datus eſt. Igitur triangulum [c] ΑΒΓ ſpecie c 40.
datum.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Quandoquidem enim latus* ΑΔ *lateri* ΑΓ *æquale eſt, anguli* ΑΔΓ, ΑΓΔ, *qui ad baſim* [d] *æquales ſunt. Iam cum angulus, qui ad* Α *exte-* d 5. 1.
rior duobus interioribus & oppoſitis, [e] *qui ad puncta* Δ & Γ, *æqualis* e 32. 1.
ſit, angulus ΑΔΓ, *anguli* ΒΑΓ *dimidius erit.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μϛ.

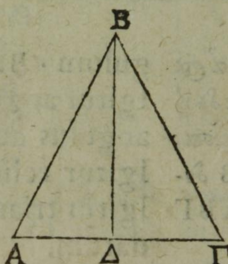
Ἐὰν τρίγωνον μίαν ἔχῃ γωνίαν δεδομένην, περὶ δὲ ἄλλην γωνίαν αἱ λοιπαὶ πλευραὶ συναμφότεραι ὡς μία, πρὸς τὴν λοιπὴν λόγον ἔχωσι δεδομένον, δέδοται τὸ τρίγωνον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 46.

Si triangulum datum vnum angulum habeat, circa aliū autem angulum, ſimul vtraque latera tanquam vnum, habeant ad reliquum rationem datam, triangulum ſpecie datum eſt.

Esto triangulum ΑΒΓ, quod vnum angulum ΒΑΓ datũ habeat, circa alium autem angulum ΑΒΓ, simul vtraq; latera tanquam vnum latus, hoc est ΑΒΓ ad ΑΓ rationem habento datam.

Dico quod triangulum ΑΒΓ specie datum est. Secetur enim angulus ΑΒΓ bifariam rectâ ΒΔ. Igitur † erit vt simul vtraq; ΑΒΓ ad ΑΓ,
a 5.6. *a* ita ΑΒ ad ΑΔ. Est autem ratio simul vtriusque ΑΒΓ ad ΑΓ data. Igitur ipsius ΑΒ ad ΑΔ data ratio est. Et datus est angulus
b 41. ΒΑΔ. Igitur triangulum *b* ΑΒΔ specie datum est. Igitur angu-
c 3. def. lus ΑΒΔ *c* datus est. Eius autem duplus est angulus ΓΒΑ. Igitur
d 2. angulus *d* ΑΒΓ datus est. Igitur reliquus angulus ΑΓΒ datus
e 40. est. Igitur *e* triangulum ΑΒΓ specie datum est.



Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μίαν ἔχον γωνίαν δεδομένην τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, περὶ δὲ ἄλλην γωνίαν τὴν ὑπὸ ΑΒΓ πλευραὶ συναμφότεραι ὡς μία, τουτέστιν ἡ ΑΒΓ πρὸς τὴν ΑΓ λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον.

Λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον δέδοται τῷ εἴδει. τετμήσθω γὰρ ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία δίχα τῇ ΒΔ εὐθείᾳ. ἔστιν ἄρα ὡς συναμφότερος ἡ ΑΒΓ πρὸς ΑΓ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΑΔ. λόγος δὲ συναμφοτέρου τῆς ΑΒΓ πρὸς τὴν ΑΓ δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΑΔ δοθείς. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία. δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ εἴδει. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῆς ΑΒΔ γωνία. καὶ ἐστὶν αὐτῆς διπλασίων ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ τῆς ΑΒΓ γωνία. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ τῆς ΒΑΓ δοθεῖσα. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῆς ΑΒΓ δοθεῖσά ἐστι. δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

† Vt ostensum est in superiori propositione.

ALITER.

Producatur ΒΑ in directũ & ponatur ipsi ΓΑ, æqualis Δ, Α & connectatur recta ΔΓ.

ΑΛΛΩΣ.

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΒΑ καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΔΑ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

Καὶ ἐπεὶ

καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ πρὸς τὴν ΒΓ δοθείς, ἴση δὲ ἡ ΓΑ τῇ ΑΔ, λόγος ἄρα καὶ τῆς ΔΒ πρὸς τὴν ΒΓ δοθείς, καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ γωνία, δέδοται ἄρα τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΒΔΓ γωνία, καὶ ἔστιν αὐτῆς διπλῆ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ, ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία δοθεῖσά ἐστιν. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ δοθεῖσά ἐστιν. δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

Quandoquidem data est ratio simul vtriusque ΒΑΓ ad ΓΒ, est autẽ ΑΓ æqualis ipsi ΑΔ, igitur ratio ipsius ΔΒ ad ΒΓ data est, & datus est angulus ΑΒΓ, igitur triangulum ΔΒΓ specie datum est. Igitur angulus ΒΔΓ datus est: igitur & is, qui eius duplus est angulus ΒΑΓ datus est. Igitur & reliquus ΑΓΒ datus est. Igitur triangulum ΑΒΓ specie datum est.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μζ.

Τὰ δεδομένα εὐθύγραμμα τῷ εἴδει, εἰς δεδομένα τρίγωνα τῷ εἴδει, διαιρεῖται.

PROPOSITIO 47.

Data rectilinea specie, in data specie triangula diuiduntur.

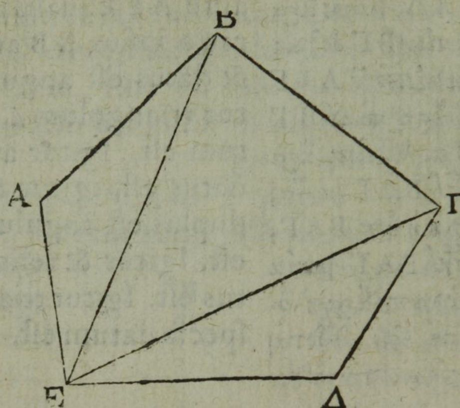
Ἔστω δεδομένον εὐθύγραμμον τῷ εἴδει τὸ ΑΒΓΔΕ, λέγω ὅτι τὸ ΑΒΓΔΕ εὐθύγραμμον εἰς δεδομένα τῷ εἴδει τρίγωνα διαιρεῖται.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΕΓ. καὶ ἐπεὶ δέδοται τὸ ΑΒΓΔΕ εὐθύγραμμον τῷ εἴδει, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ γωνία, καὶ ἔστι λόγος τῆς ΒΑ πρὸς τὴν ΕΑ δοθείς. Ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ γωνία, καὶ ἔστι λόγος τῆς ΒΑ πρὸς τὴν ΕΑ δοθείς.

Esto datum rectilineum specie ΑΒΓΔΕ: Dico quòd in data specie triangula diuiditur.

Connectantur enim rectæ ΒΕ, ΕΓ. Quandoquidem itaque rectilineum ΑΒΓΔΕ specie datum est, igitur angulus ΒΑΕ datus est, & ratio lateris ΒΑ ad ΕΑ data est. Quandoquidem igitur angulus ΒΑΕ datus est, & ratio ipsius ΒΑ ad ΕΑ data est: a igitur trian- a 44.

gulum B A E ſpecie datum eſt. Igitur angulus A B E datus eſt. Totus autẽ angul⁹ A B Γ dat⁹ eſt. Igitur & *a* reliquus E B Γ
a 4.
datus eſt. lateris autem A B ad B E nec nõ lateris A B ad B Γ data ratio eſt: igitur ratio lateris B Γ ad B E data eſt, & datus eſt angulus Γ B E. Igitur
b 45. triangulũ B Γ E *b* ſpecie datũ eſt.
Quamobrem ſimiliter triangulum Γ Δ E ſpecie datum eſt. Igitur rectilinea data ſpecie in data ſpecie triangula diuiduntur.



δέδοται ἄρα τὸ B A E τρίγωνον τῷ εἴδει. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ A B E γωνία. ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ A B Γ γωνία δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ E B Γ δοθεῖσά ἐστιν, καὶ ἔστι λόγος τῆς A B πρὸς τὴν B E δοθείς, τῆς δὲ A B πρὸς τὴν B Γ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς E B ἄρα πρὸς τὴν B Γ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ὑπὸ Γ B E γωνία. δέδοται ἄρα τὸ Γ B E τρίγωνον τῷ εἴδει. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Γ Δ E τρίγωνον τῷ εἴδει δέδοται. τὰ ἄρα δεδομένα εὐθύγραμμα τῷ εἴδει εἰς δεδομένα τῷ εἴδει τρίγωνα διαιρεῖται.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μη.

Ἐὰν ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἀναγραφῇ τρίγωνα δεδομένα τῷ εἴδει, λόγον ἕξει πρὸς ἄλληλα δεδομένον.

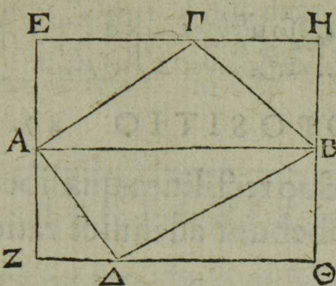
PROPOSITIO 48.

Si ab eâdem rectâ data ſpecie triangula deſcribantur, habebunt ad inuicem rationem datam.

A Datâ enim eâdem rectâ A B, duo triangula data ſpecie deſcribantur A B Γ,

Ἀπὸ γὰρ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς A B δύο τρίγωνα δεδομένα τῷ εἴδει ἀναγεγράφθω τὰ A B Γ,

ΑΒΔ. Λέγω ὅτι λόγος ἐστὶ τοῦ ΑΓΒ πρὸς ΑΒΔ δοθείς. ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Α, Β σημείων τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς αἱ ΑΕ, ΗΒ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ Ζ, Θ, καὶ διὰ τῶν Γ, Δ σημείων τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΕΓΗ, ΖΔΘ. καὶ ἐπεὶ δέδοται τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει, λόγος ἐστὶ τῆς ΓΑ πρὸς τὴν ΒΑ δοθείς. Ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΓΑΒ γωνία, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΒ δοθεῖσα, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΑΕ δοθεῖσά ἐστιν. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΓ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΓΑ δοθεῖσά ἐστι. δέδοται ἄρα τὸ ΑΕΓ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα τῆς ΕΑ πρὸς τὴν ΑΓ δοθείς, τῆς δὲ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τῆς ΕΑ ἄρα πρὸς τὴν ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τῆς ΖΑ πρὸς τὴν ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥστε καὶ τῆς ΕΑ πρὸς τὴν ΑΖ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΕ πρὸς ΑΖ, οὕτως τὸ ΑΗ πρὸς ΘΑ. ὥστε καὶ τοῦ ΑΗ πρὸς τὸ ΘΑ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι τοῦ μὲν ΑΗ ἥμισυ τὸ ΑΒΓ, τοῦ δὲ ΑΘ ἥμισυ τὸ ΑΔΒ. καὶ τοῦ ΑΒΓ ἄρα πρὸς ΑΔΒ λόγος ἐστὶ δοθείς.



ΑΒΔ. Dico quòd ratio ipsius ΑΓΒ ad ΑΒΔ data est. Agantur enim à pũctis Α, Β ad rectã ΑΒ, ad rectos angulos lineæ ΑΕ, ΗΒ, & producantur ad puncta Ζ, Θ, per puncta autem Γ, Δ ipsi ΑΒ parallelæ agantur, ΕΓΗ, ΖΔΘ. Itaque cum triangulum ΑΒΓ specie datum sit, ipsius ΓΑ ad ΒΑ data ratio est. Quandoquidem igitur angulus ΓΑΒ datus est: est autem angulus ΕΑΒ datus: igitur reliquus ΕΑΓ datus est: angulus autem ΑΕΓ datus est: ideoque reliquus angulus ΕΓΑ datus est. Igitur triangulum ΑΕΓ specie datum est. † Igitur ratio ipsius ΕΑ ad ΑΒ data ratio est. Ideoque similiter ipsius ΖΑ ad ΑΒ data ratio est. Quamobrem & ipsius ΕΑ ad ΑΖ data [a] ratio est. [a] 8.
Et est vt ΑΕ ad ΑΖ, ita [b] parallelogrammum ΑΗ ad parallelogrammum ΘΑ. [b] 1.6.
Et est ipsius quidem ΑΗ [c] dimidiũ ΑΒΓ, ipsius autem ΑΘ dimidium ΑΔΒ. [c] 41.1. [d] 15.5.
Igitur trianguli [e] ΑΒΓ, ad triangulum ΑΔΒ data ratio est.

† Quia ipsius ΑΓ ad ΑΒ data ratio est. Est autem ipsius ΑΓ ad [d] ΑΕ data ratio. Igitur ipsius ΑΕ ad ΑΒ data ratio est.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ μθ.

Ἐὰν ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο εὐθύγραμμα ἃ ἔτυχεν ἀναγραφῇ δεδομένα τῷ εἴδει, λόγον ἕξει πρὸς ἄλληλα δεδομένον.

PROPOSITIO 49.

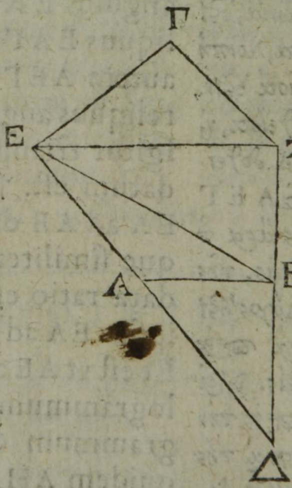
Si ab eâdem rectâ, duo rectilinea quælibet, data specie describantur, habebunt ad inuicē rationem datam.

Etenim ab eâdem rectâ AB duo rectilinea quæcunque data specie describantur AEΓZB, AΔB.

Dico quòd ratio ipsius AEΓZB ad AΔB data est.

Connectantur enim BE, ZE, igitur vnum quodque [a] triangulorum EΓZ, EZB, EAB, specie datum est. Et quoniam [b] ab eādē rectà EZ data specie triangula descripta sunt EZΓ, EZB. Igitur ratio ΓEZ ad ZEB data est. Igitur [c] componendo ratio ipsius ΓEBZ ad EZB data est. Ipsius autē ZEB ad EAB data ratio est: quandoquidē ab eâdē rectâ BE triangula data specie descripta sunt ZEB, EAB. Igitur ipsius ZEB ad EAB data ratio est. Igitur componendo vtrius-

a 47.
b 48.
c 18.5.



Ἀπὸ γὰρ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς AB δύο εὐθύγραμμα ἃ ἔτυχεν δεδομένα τῷ εἴδει ἀναγεγράφθω τὰ ABZΓE, AΔB.

Λέγω ὅτι λόγος ἐστὶ τοῦ AEΓZB, πρὸς AΔB δοθείς.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ BE ZE, δέδοται ἄρα ἕκαστον τῶν EZΓ, EZB, EAB τριγώνων τῷ εἴδει. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς EZ δύο τρίγωνα δεδομένα τῷ εἴδει ἀναγέγραπται τὰ EZΓ EZB· λόγος ἄρα ἐστὶ τοῦ ΓEZ πρὸς τὸ ZEB δοθείς. καὶ συνθέντι ἄρα λόγος ἐστὶ τοῦ ΓEBZ πρὸς τὸ EBZ δοθείς. τοῦ δὲ ZEB πρὸς τὸ EAB λόγος ἐστὶ δοθείς, ἐπείδηπερ ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς BE ἀναγέγραπται δεδομένα τῷ εἴδει τρίγωνα τὰ ZEB, EAB· τοῦ ἄρα ZEB πρὸς EAB λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ συν-

θέντι συναμφοτέρου τοῦ ΓΕΑΒΖ πρὸς τὸ ΕΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ ΕΑΒ πρὸς ΑΔΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ ΓΕΑΒΖ ἄρα πρὸς ΑΔΒ λόγος ἐστὶ δοθείς.

que ΓΕΑΒΖ [a] ad ΕΑΒ data ratio est. Ipsius autem [b] ΕΑΒ ad ΑΔΒ data ratio est. Igitur ipsius ΓΕΑΖΒ ad ΑΔΒ data ratio est. a 8. b 48.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ν.

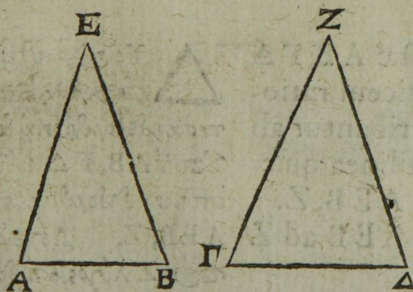
Ἐὰν δύο εὐθεῖαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι δεδομένον, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα, ὅμοιά τε, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 50.

Si duæ rectæ lineæ ad inuicem habeant rationẽ datam, & ab illis similia, similitérque descripta rectilinea habebunt ad inuicem rationem datam.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ, πρὸς ἀλλήλας λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΓΔ ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΕΑΒ, ΖΓΔ.

Etenim duæ rectæ AB, ΓΔ habento ad inuicem rationem datam, & describantur ab illis similia, & similiter posita, rectilinea ABE, ZΓΔ.



Λέγω καὶ ὁ αὐτῶν πρὸς ἄλληλα λόγος ἐστὶ δοθείς. Εἰλήφθω γὰρ τῶν ΑΒ, ΓΔ τρίτη ἀνάλογον ἡ Η, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ

Dico quod eorum ad inuicem data ratio est. Accipiatur enim ipsis A B, ΓΔ tertia proportionalis [b] H. Igitur vt A B ad ΓΔ, ita ΓΔ ad H. Est au- b 11. 6.

tem ipsius A B ad Γ Δ data ratio. Igitur ratio Γ Δ ad H data
a 8. est. Quamobrem & ipsius A B[a] ad H data ratio est. Vt autẽ A B
b 19. 6. ad H, ita[b] E A B ad Z Γ Δ. Igitur
& 10. def. 5. ratio ipsius E A B ad Z Γ Δ data est.

Γ Δ πρὸς τὴν H. λόγος δὲ ὁ τῆς A B πρὸς Γ Δ δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς Γ Δ πρὸς τὴν H δοθείς. ὥστε καὶ τῆς A B πρὸς τὴν H λόγος ἐστὶ δοθείς. ὡς δὲ ἡ A B πρὸς τὴν H, οὕτω τὸ E A B πρὸς Z Γ Δ. λόγος ἄρα τοῦ E A B πρὸς Z Γ Δ δοθείς

VETVS SCHOLIASTES.

Quandoquidem enim ipsius A B *ad* Γ Δ *data ratio est, ipsius autem* Γ Δ *ad* H *data ratio est, manifestum est, quod composita ratio ex binis rationibus datis, data est, quanquam ex* 8. *propositione huius id commodius deduci posit.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ να.

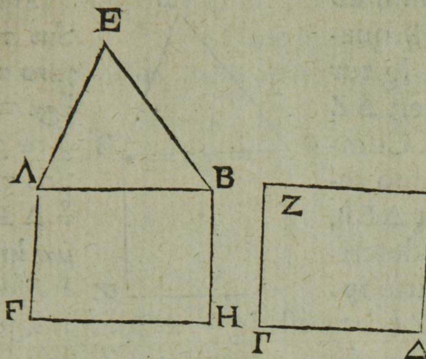
Ἐὰν δύο εὐθεῖαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι δεδομένον, καὶ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὡς ἔτυχεν ἀναγραφῇ δεδομένα τῷ εἴδει, λόγον ἕξει πρὸς ἄλληλα δεδομένον.

PROPOSITIO 51.

Si duæ rectæ habeant ad inuicem rationem datam, & ab illis rectilinea quæcunque specie data describantur, habebunt ad inuicem rationem datam.

Etenim duæ rectæ A B, Γ Δ habento ad inuicem rationem datam, & describantur ab ipsis A B, Γ Δ rectilinea quæcunque data specie A E B, Z.
Dico quòd ipsius A E B ad Z data ratio est.
c 18. 6. Describitor enim[c] datâ rectâ A B, ipsi Z simile, & similiter

Δύο γὰρ εὐθεῖαι A B, Γ Δ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῶν A B, Γ Δ εὐθύγραμμα ὡς ἔτυχεν δεδομένα τῷ εἴδει τὰ A E B, Z. Λέγω ὅτι τοῦ A E B πρὸς Z λόγος ἐστὶ δοθείς.
Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς A B τῷ Z ὅμοιον, καὶ ὁμοίως



κείμενον εὐθύγραμμον τὸ ΑΗ τῷ εἴδει. Ἐπεὶ τὸ ΑΕΒ δέδοται τῷ εἴδει. καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας τὸ εὐθύγραμμον ΑΗ δεδομένον τῷ εἴδει, λόγος ἄρα τοῦ ΑΕΒ πρὸς τὸ ΑΗ δοθείς. καὶ ἐπεὶ ἐστὶ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ λόγος δοθείς. καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΓΔ ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΑΗ, Ζ. λόγος ἄρα τοῦ ΑΗ πρὸς τὸ Ζ δοθείς. τοῦ δὲ ΑΗ πρὸς τὸ ΑΕΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ ΑΕΒ ἄρα πρὸς τὸ Ζ λόγος ἐστὶ δοθείς.

positum rectilineũ specie AH. Igitur cum rectilineum AEB specie datum sit, & descriptum sit ab eádem lineâ AB aliud rectilineũ AH specie datum. Igitur ipsius AEB ad AH [a] data ratio est. Cumq; ratio ipsius AB ad ΓΔ data sit, & descripta sint à rectis AB, ΓΔ similia & similiter posita rectilinea AH, Z. Igitur ipsius AH [b] ad Z data ratio est: data autem est ratio ipsius AH ad AEB: igitur ipsius AEB ad Z [c] data ratio est.

a 49. b 50. c 8.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ νβ.

Ἐὰν ἀπὸ δεδομένης εὐθείας τῷ μεγέθει δεδομένον τῷ εἴδει εἶδος ἀναγραφῇ, δέδοται τὸ ἀναγραφὲν τῷ μεγέθει.

PROPOSITIO 52.

Si à datâ magnitudine rectâ, data figura specie describatur, descripta figura magnitudine data est.

Ἀπὸ γὰρ δεδομένης εὐθείας τῷ μεγέθει τῆς ΔΒ, δεδομένον τῷ εἴδει εἶδος ἀναγεγράφθω τὸ ΔΕΒ.

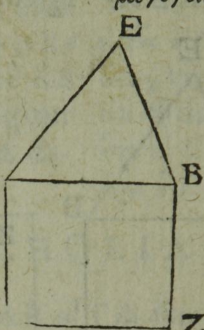
Etenim à datâ magnitudine rectâ ΔB data figura specie describitor ΔEB.

Dico quòd figura ΔEB magnitudine data eſt.

Deſcribitor enim ab eâdem rectâ Δ B quadratum ª Δ Z. Igitur ſpecie † datum eſt ΔZ & magnitudine. Cumque à rectâ Δ B, duo rectilinea quęlibet ΔEB, ΔZ ſpecie data deſcripta ſint, igitur ratio ipſius ΔEB ad Δ Z ᵇ data eſt. Igitur Δ EB magnitudine ᶜ data eſt.

a 46. 1.
b 49.
c 2.

Λέγω ὅτι τὸ ΔΕΒ δέδοται τῷ μεγέθει.



Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς Δ Β τετράγωνον τῷ Δ Ζ. δέδοται ἄρα τὸ Δ Ζ τῷ εἴδει καὶ τῷ μεγέθει. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς Δ Β, δύο εὐθύγραμμα ἀναγέγραπται δεδομένα τῷ εἴδει ΔΕΒ, ΔΖ, λόγος ἄρα τοῦ ΔΕΒ πρὸς τὸ ΔΖ δοθείς. δέδοται ἄρα καὶ τὸ ΔΕΒ τῷ μεγέθει.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Omne ſiquidem quadratum ſpecie datum eſt, quandoquidem ipſius dantur omnes anguli, etenim omnes recti ſunt; & æquales, ſed & rationes quoque laterum ad inuicem datæ ſunt, quod omnia quadrati latera æqualia ſint, non enim inæqualium modo, ſed & æqualium quoque ratio eſt. Quotieſcunque autem exponitur quadratum, eidem exhiberi poteſt æquale. Ideoque quadratum magnitudine datum eſt, & eius vnumquodque latus.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ νγ.

Ἐὰν δύο εἴδη τῷ εἴδει δεδομένα ᾖ, καὶ μία πλευρὰ τοῦ ἑνὸς πρὸς μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ πρὸς τὰς λοιπὰς πλευρὰς λόγον ἕξουσι δεδομένον.

PROPOSITIO 53.

Si duæ figurę ſpecie datæ fuerint, & vnum latus vnius ad vnum latus alterius habuerit rationem datam, & reliqua latera, ad reliqua latera habebunt rationes datas.

Ἐστω

Ἔστω δύο εἴδη τῷ εἴδει δεδομένα τὰ ΑΔ, ΕΘ, καὶ λόγος ἔστω τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΖΘ δοθείς,

Λέγω ὅτι τῶν λοιπῶν πλευρῶν πρὸς τὰς λοιπὰς πλευρὰς λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ γὰρ λόγος ἐστὶ τῆς ΔΒ πρὸς ΖΘ δοθείς, τῆς δὲ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΑ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΑΒ ἄρα πρὸς τὴν ΖΘ λόγος ἐστὶ δοθείς, τῆς δὲ ΖΘ πρὸς τὴν ΕΖ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΑΒ ἄρα πρὸς τὴν ΕΖ λόγος ἐστὶ δοθείς. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τῶν λοιπῶν πλευρῶν πρὸς τὰς λοιπὰς πλευρὰς λόγος ἐστὶ δοθείς.

A Γ E H
B Δ Z Θ

SVnto duæ figuræ datæ ſpecie AΔ, EΘ, & ratio ipſius BΔ ad ZΘ data eſto:

Dico quod reliquorum laterum ad reliqua latera data ratio eſt. Quandoquidem enim ratio ipſius ΔB ad ZΘ data eſt, ipſius autem ΔB ad BA data ratio eſt: *a 3. def.* Igitur ipſius AB ad ZΘ data ratio eſt: Ipſius autem ZΘ ad EZ data ratio eſt: Igitur ipſius AB ad EZ data ratio eſt. Similiter & reliquorum laterum ad reliqua latera data ratio eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ νδ.

Ἐὰν δύο εἴδη δεδομένα τῷ εἴδει πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ αἱ πλευραὶ αὐτῶν πρὸς ἀλλήλας λόγον ἕξουσι δεδομένον.

PROPOSITIO 54.

Si datæ duæ figuræ ſpecie, ad inuicem habuerint rationem datam, etiam eorum latera ad inuicem habebunt rationem datam.

Δύο γὰρ εἴδη δεδομένα τῷ εἴδει τὰ Α, Β, πρὸς ἄλληλα λόγον ἐχέτω δεδομένον,

Λέγω ὅτι καὶ αἱ πλευραὶ αὐτῶν

ETenim duæ figuræ A, B, ſpecie datæ, habento ad inuicem rationem datam:

Dico quòd eorum latera ha-

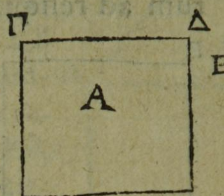
bebunt ad inuicem rationem datam.

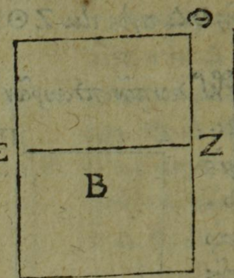
Etenim figura A ipsi B aut similis, & similiter posita est, aut non. Esto primum similis, & similiter posita, & sumatur rectis ΓΔ, EZ tertia proportio-

a 20. 6. nalis H. Igitur †a est vt ΓΔ ad H, ita A ad B. Est autem ipsius A ad B data ratio: igitur & ipsius ΔΓ ad H data ratio est. Et sunt ΓΔ, E Z, H, proportionales, & ipsius ΓΔ ad EZ data ratio est,

b 53. & est similis A ipsi B. Igitur b reliqua latera ad reliqua latera habebunt rationem datam.

Iam non esto similis figura A figuræ B: & describitor ab E Z ipsi A similis, & similiter posita EΘ: Igitur figura EΘ specie data est. Est autem figura B specie data: igitur ratio ipsius B ad EΘ data est: igitur ratio ipsius A ad EΘ data est: Atqui similis est A ipsi E Θ, igitur ratio ipsius ΓΔ ad EZ data est. Ideoque similiter & reliquorum laterum ad reliqua latera data ratio est.





πρὸς ἀλλήλας λόγον ἕξουσι δεδομένον.

Τὸ γὰρ Α τῷ Β ἤτοι ὅμοιόν ἐστιν ἢ οὔ. ἔστω πρότερον ὅμοιον, καὶ εἰλήφθω τῶν ΓΔ, ΕΖ τρίτη ἀνάλογον ἡ Η. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν Η, οὕτως τὸ Α πρὸς τὸ Β. λόγος δὲ τοῦ Α πρὸς τὸ Β δοθείς, λόγος ἄρα καὶ τῆς ΓΔ πρὸς τὴν Η δοθείς, καὶ εἰσιν αἱ ΓΔ, ΕΖ, Η, ἀνάλογον, καὶ τῆς ΓΔ ἄρα πρὸς τὴν ΕΖ λόγος ἐστὶ δοθείς. καί ἐστιν ὅμοιον τὸ Α τῷ Β, καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ πρὸς τὰς λοιπὰς πλευρὰς λόγον ἕξουσι δεδομένον.

Μὴ ἔστω δὴ ὅμοιον τὸ Α τῷ Β, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΕΖ, τῷ Α ὅμοιον, καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ΕΘ, δέδοται ἄρα καὶ τὸ ΕΘ τῷ εἴδει, δέδοται δὲ καὶ τὸ Β, λόγος ἄρα τοῦ Β πρὸς τὸ ΕΘ δοθείς. καὶ τοῦ Α ἄρα πρὸς τὸ ΕΘ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ Α τῷ ΕΘ, λόγος ἄρα τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ δοθείς. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τῶν λοιπῶν πλευρῶν πρὸς τὰς λοιπὰς πλευρὰς λόγος ἐστὶ δοθείς.

† Quia rationem habet eamdem quam ΓΔ ad H. per. 20. 6.

ΑΛΛΩΣ.

ΕΚκείσθω δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΗΘ. τὸ δὲ Α τῷ Β ἤτοι ὅμοιόν ἐστιν, ἢ οὔ.

Ἔστω πρότερον ὅμοιον, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΚΛ. καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῶν ΗΘ, ΚΛ τοῖς Α, Β ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα τὰ Μ, Ν. δέδοται ἄρα τὸ ἑκάτερον τῶν Μ, Ν τῷ εἴδει. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΛΚ, καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ τῶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΚΛ ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ Α, Β, Μ, Ν. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Μ πρὸς τὸ Ν. λόγος δὲ τοῦ Α πρὸς τὸ Β δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τοῦ Μ πρὸς τὸ Ν δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ Μ, ἀπὸ γὰρ δεδομένης εὐθείας τῷ μεγέθει ἀναγέγραπται δεδομένον εἶδος, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ν. ἀναγεγράφθω δὲ ἀπὸ τῆς ΚΛ τετράγωνον τὸ Ξ. δέδοται ἄρα καὶ τὸ Ξ τῷ εἴδει. λόγος ἄρα τοῦ Ν,

ALITER.

EXponatur data recta HΘ iam aut figura A figuræ B similis, aut non.

Esto primum similis, & fiat vt ΓΔ ad EZ, ita HΘ ad ΛK, & describantur ab HΘ, KΛ ipsis A, B similes similitérque positæ figuræ M, N. Quandoquidem est vt ΓΔ ad EZ, ita ΘH ad ΛK, & descripta sunt à lineis ΓΔ, EZ, HΘ, KΛ, similia similitérque posita rectilinea A, B, M, N. Igitur est vt A ad B ita M ad N. Est autem ipsius A ad B data ratio. Igitur ipsius M. ad N data ratio est. Data autem est M siquidem datâ magnitudine rectâ data specie figura ª descripta est, a 52.
igitur figura N. data est. Describitor iam à rectâ KΛ quadratum Ξ: igitur figura Ξ specie data est. Data autem est N,

igitur data est Ξ, igitur data est [a] ΚΛ. Est autem ΗΘ data, igitur ratio [b] ipsius ΗΘ ad ΚΛ data est. Et est vt ΗΘ ad ΚΛ, ita ΓΔ ad ΕΖ: igitur ratio ipsius ΓΔ ad ΕΖ data est. Et similis est figura Α figuræ Β: igitur reliqua [c] latera ad reliqua latera habebunt rationem datam. Iam autē non esto similis, consequenter proxime superiori demonstrationi reliqua pars propositionis ostendetur.

a per Scholiū 52. propositionis.
b 1.
c 53.

πρὸς τὸ Ξ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ Ν, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Ξ. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΛ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΗΘ δοθεῖσα. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΗΘ πρὸς τὴν ΚΛ δοθείς καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΗΘ πρὸς τὴν ΚΛ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ δοθείς. καὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ Α τῷ Β, καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ἄρα πρὸς τὰς λοιπὰς πλευρὰς λόγον ἕξουσι δεδομένον. Μὴ ἔστω δὴ ὅμοιον, ἀκολούθως δὴ τῇ προτέρᾳ ἀποδείξει τὸ λοιπὸν δεικνύσεται.

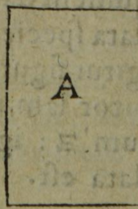
ΠΡΟΤΑΣΙΣ νε.

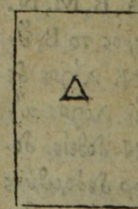
Ἐὰν χωρίον τῷ εἴδει καὶ τῷ μεγέθει δεδομένον ᾖ, καὶ αἱ πλευραὶ αὐτοῦ τῷ μεγέθει δεδομέναι ἔσονται.

PROPOSITIO 55.

Si spatium magnitudine, & specie datum fuerit, eius latera magnitudine data erunt.

Esto spatium Δ specie, & magnitudine datum: Dico quod latera illius magnitudine data sunt. Exponatur enim positione & magnitudine data recta ΒΓ, & describatur à rectâ ΒΓ ipsi Δ, simile & similiter positum spatium Α: igitur spatium Α specie datum est: Et quoniam à





Ἔστω χωρίον τῷ εἴδει καὶ τῷ μεγέθει δεδομένον τὸ Δ, Λέγω ὅτι αἱ πλευραὶ αὐτοῦ δεδομέναι εἰσί. Ἐκκείσθω γὰρ τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει δεδομένη εὐθεῖα ἡ ΒΓ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΒΓ, τῷ Δ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ Α. δέδοται δὴ τὸ Α τῷ εἴδει. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ

δεδομένης εὐθείας τῆς ΒΓ τῷ μεγέθει, δεδομένον τῷ εἴδει εἶδος ἀναγέγραπται τὸ Α· δέδοται ἄρα καὶ τὸ Α τῷ μεγέθει. δέδοται δὲ καὶ τὸ Δ. λόγος ἄρα τοῦ Α πρὸς τὸ Δ δοθείς. καὶ ὅμοιόν ἐστιν τὸ Α τῷ Δ, λόγος ἄρα τῆς ΕΖ πρὸς τὴν ΒΓ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ ΒΓ, δοθεῖσα καὶ ἡ ΕΖ, καὶ ἔστι λόγος τῆς ΖΕ πρὸς τὴν ΕΗ δοθείς, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΕΗ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν λοιπῶν πλευρῶν δέδοται τῷ μεγέθει.

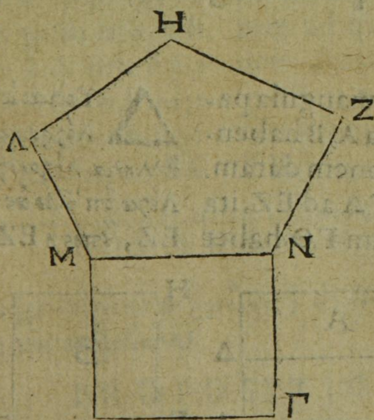
datâ rectâ ΒΓ data specie figura
A descripta est: igitur a magni- a 52.
tudine data est figura A. Est autẽ
& figura Δ data. Igitur ratio ip-
sius A ad b Δ data est. Et similis b 1.
est figura A figuræ Δ: igitur re-
ctæ c EZ ad ΒΓ data ratio est. c 54.
Data autẽ est ΒΓ, igitur EZ da-
ta est: & d est ipsius EZ ad EH d 2.def.
data ratio: igitur EH data est.
Ideoque similiter vnumquod-
que reliquorum laterũ magni-
tudine datum est.

ΑΛΛΩΣ.

Ἔστω χωρίον τὸ ΗΛΜΝΖ δεδομένον τῷ εἴδει, καὶ τῷ μεγέθει,

Λέγω ὅτι καὶ αἱ πλευραὶ αὐτοῦ δεδομέναι εἰσὶ τῷ μεγέθει.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΜΝ τετράγωνον τὸ ΜΓ· δέδοται ἄρα τῷ εἴδει. ἀλλὰ καὶ τὸ ΗΛΜΝΖ. λόγος ἄρα ἐστὶν τοῦ ΗΛΜΝΖ πρὸς τὸ ΜΓ δοθείς. δοθὲν δὲ τὸ ΗΛΜΝΖ τῷ μεγέθει, δοθὲν ἄρα τὸ ΜΓ τῷ μεγέθει, καὶ ἔστι τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ΜΝ δοθέν.



ALITER.

Esto spatium HΛMNZ spe-
cie & magnitudine da-
tum:

Dico quòd eius latera magni-
tudine data sunt.

Describitor enim
à rectâ MN qua-
dratum MΓ: igi-
tur specie datum
e est MΓ: sed & e Sch. 58 prop.
spatium HΛMN
Z specie datum
est. Igitur spatij
HΛMNZ ad MΓ
f data ratio est: f 49.
Datum autem est
HΛMNZ magni-
tudine. Igitur da-
tum est g MΓ magnitudine: & g 1.
est MΓ quadratum à recta MN,

Igitur quadratum à rectâ MN datum est: igitur data est recta MN. Quamobrẽ similiter vnaquæque linearum MΛ, ΛK, KZ, ZΓ ᵃ magnitudine data est.

δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆς MN, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ MN τῷ μεγέθει. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκάστη τῶν MΛ, ΛK, KZ, ZN δοθεῖσά ἐστι τῷ μεγέθει.

ᵃ vel per. 3. def. & 2

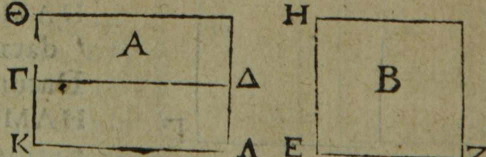
ΠΡΟΤΑΣΙΣ νϛ.

Ἐὰν δύο ἰσογώνια παραλληλόγραμμα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ δεδομένον, ἐστὶν ὡς ἡ τοῦ πρώτου πλευρὰ, πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου πλευρὰν, οὕτως ἡ λοιπὴ τοῦ δευτέρου πλευρὰ, πρὸς ἣν ἡ ἑτέρα τοῦ πρώτου πλευρὰ λόγον ἔχει δεδομένον, ὃν τὸ παραλληλόγραμμον ἔχει πρὸς παραλληλόγραμμον.

PROPOSITIO 56.

Si duo æquiangula parallelogramma, habuerint ad inuicem rationem datam, est vt primi latus ad secundi latus, ita reliquum secundi latus ad eam, ad quam alterum primi latus habet rationem datam, quam habet parallelogrammum ad parallelogrammum.

Etenim duo ęquiangula parallelogramma A, B habento ad inuicem rationem datam. Dico quòd est vt ΓΔ ad EZ, ita EH ad eam ad quam ΓΘ habet rationẽ datam, quam parallelogrammum A ad parallelogrammum B.



Producatur enim ΓK in directum ipsi ΓΘ, & fiat

Δύο γὰρ ἰσογώνια παραλληλόγραμματα A, B πρὸς ἄλληλα λόγον ἐχέτω δεδομένον. Λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν EZ, οὕτως ἡ EZ πρὸς ἣν ἡ ΓΘ λόγον ἔχει δεδομένον, ὃν τὸ A παραλληλόγραμμον, πρὸς τὸ B παραλληλόγραμμον. Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἐπ᾽ εὐθείας τῇ ΓΘ ἡ ΓK, καὶ πε-

ποιήσθω ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΓΚ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ παραλληλόγραμμον ΓΔ.

Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ, οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΓΚ. ἴση δέ ἐστιν ἡ ΓΔ τῇ ΚΛ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΚΛ πρὸς τὴν ΕΖ οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΓΚ, καὶ ἐπεὶ ἴσας γωνίας τὰς ὑπὸ ΓΚΛ, ΗΕΖ αἱ πλευραὶ ἀντιπεπόνθασιν, ἴσον ἄρα ἐστὶν καὶ τὸ ΚΔ τῷ ΗΖ. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τοῦ Α πρὸς τὸ Β δοθείς, ἴσον δὲ τὸ Β τῷ ΓΔ, λόγος ἄρα ἐστὶ τοῦ ΘΔ πρὸς ΓΛ δοθείς. ὡς δὲ τὸ ΘΔ πρὸς τὸ ΓΛ οὕτως ἡ ΘΓ πρὸς τὴν ΓΚ. καὶ τῆς ΘΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς τὴν ΓΚ, ἡ δὲ ΓΘ πρὸς τὴν ΓΚ λόγον ἔχει δοθέντα, ὃν τὸ Α χωρίον πρὸς τὸ Β. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ οὕτως ἡ ΕΗ πρὸς ἣν ἡ ΘΓ λόγον ἔχει, ὃν τὸ Α χωρίον, πρὸς τὸ Β χωρίον, τοῦτ' ἔστι τῆς ΓΘ πρὸς τὴν ΓΚ.

vt ΓΔ ad EZ, ita EH ad ΓK, & compleatur parallelogrammũ ΓΔ.

Igitur quoniam eſt vt ΓΔ ad EZ, ita EH ad ΓK Eſt autem ΓΔ [a] æqualis KΛ. Igitur eſt vt a 34. 1.
KΛ ad EZ, ita EH ad ΓK: Et circa æquales angulos ΓKΛ, HEZ latera reciprocè proportionalia ſunt: Igitur æquale eſt KΔ ipſi [b] HZ. Itaque quoniam b 14. 6.
ratio A ad B data eſt, æquale autem eſt B ipſi ΓΛ. Igitur ipſius ΘΔ ad ΓΛ [c] data ratio eſt. Vt c 8. rel.
autem ΘΔ ad ΓΛ, ita [d] ΘΓ ad d 7. 5. 1. 6.
ΓK. Igitur ratio ΘΓ ad ΓK data eſt. Itaque quoniam eſt vt ΓΔ ad EZ, ita EH ad ΓK, habet autem recta ΘΓ ad ΓK rationẽ datam, eam nempe quam habet ſpatium A ad ſpatium B. Igitur eſt vt ΓΔ ad EZ, ita EH ad eam ad quam ΘΓ habet rationem datam, eam nempe quam ſpatium A, habet ad ſpatium Γ, hoc eſt rationem ipſius ΘΓ ad ΓK.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ νζ.

Ἐὰν δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ, δέδοται τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς.

PROPOSITIO 57.

Si datum ſpatium ad datam rectam applicatũ fuerit in angulo dato, datur latitudo applicationis.

ETenim datum ſpatium AH, ad datam rectam AB, applicetur in angulo ΓAB dato:

Dico quòd data eſt ΓA. Deſcribitor enim ab AB quadratum [a] EB: igitur EB [b] datum eſt. Et producantur lineæ EA, ZB, ΓH ad puncta ΘΔ. Quandoquidem itaque datum eſt vtrumque ſpatiorum EB, AH. Igitur ratio ipſius EB ad AH data eſt. Æquale autem [c] eſt AH ipſi AΘ. Igitur ipſius EB ad AΘ [d] dato ratio eſt. † Quamobrem [e] ratio EA ad AΔ data eſt. Æqualis autem eſt EA ipſi AB Igitur ipſius BA ad AΔ data ratio eſt. Iam cum datus ſit angulus ΓAB, & datus ſit angulus ΔAB: Igitur reliquus ΓAΔ datus eſt. Angulus autem ΓΔA datus eſt, quia rectus, igitur reliquus AΓΔ datus eſt: igitur triangulum AΔΓ ſpecie datum eſt, igitur ipſius ΓA ad AΔ data ratio eſt: Data autẽ eſt ratio ipſius AΔ ad AB: igitur ipſius ΓA ad AB data ratio eſt, & data eſt BA, igitur data eſt AΓ.

a 46. 1. b Schol. 52. prop. c 36. 1. d 54. e 1. 6.

Δοθὲν γὰρ τὸ AH παρὰ δοθεῖσαν τὴν AΓ παραβεβλήσθω ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓAB·

Λέγω ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΓA. ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς AB τετράγωνον τὸ EB. δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ EB. καὶ διήχθωσαν αἱ EA, ZB, ΓH ἐπὶ τὰ Δ, Θ. καὶ ἐπεὶ δοθέν ἐστιν ἑκάτερον τῶν EB, AH. λόγος ἄρα τοῦ EB πρὸς τὸ AH δοθείς. ὥστε καὶ τῆς EA πρὸς τὴν AΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἴση δὲ ἡ EA τῇ AB. λόγος ἐστὶ ἄρα καὶ τῆς BA πρὸς AΔ δοθείς. καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ τῶν ΓAB γωνία, ὡς καὶ ὑπὸ ΔAB δοθεῖσά ἐστι. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓAΔ δοθεῖσά ἐστιν. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΓΔA δοθεῖσα, ὀρθὴ γάρ, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν AΓΔ δοθεῖσά ἐστι. δέδοται ἄρα τὸ AΔΓ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς AΓ πρὸς τὴν AΔ δοθείς. τῆς δὲ ΔA πρὸς τὴν AB λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τῆς ΓA ἄρα πρὸς τὴν AB λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ BA, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ AΓ.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Quoniam binæ figuræ ſpecie datæ ſunt, & ad inuicem habent rationem datam, igitur ipſarum latera habebunt ad inuicem rationem datam.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ νη.

Ἐὰν δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ, ἐλλεῖπον εἴδει δεδομένῳ, τῷ εἴδει, δέδοται τὰ πλάτη τοῦ ἐλλείμματος.

PROPOSITIO 58.

Si datum ad datam rectam applicetur, deficiens datâ ſpecie figurâ, latitudines defectûs, datæ ſunt.

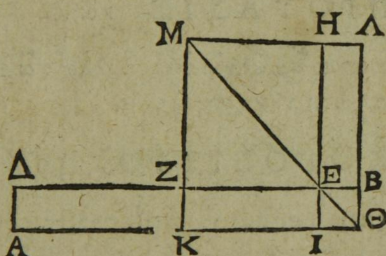
Δοθὲν γὰρ τὸ ΑΕ, παρὰ δοθεῖσαν τὴν ΑΘ παραβλήσθω, ἐλλεῖπον εἴδει δεδομένῳ, εἴδει τῷ ΘΕ,

Λέγω ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΙΕ, ΘΙ.

Τετμήσθω γὰρ ἡ ΑΘ δίχα, κατὰ τὸ Κ σημεῖον, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΚ, ἤτοι ΚΘ τῷ μεγέθει. καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς ΚΘ τῷ ΕΘ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον τὸ ΚΛ, καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. δέδοται ἄρα τὸ ΚΛ τῷ εἴδει. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ δεδομένης εὐθείας τῆς ΚΘ δεδομένον τῷ εἴδει εἶδος ἀναγέγραπται τὸ ΚΛ, δέδοται ἄρα τὸ ΚΛ τῷ μεγέθει. καὶ ἔστιν ἴσον τοῖς ΑΕ, ΖΗ. δέδοται ἄρα καὶ τὰ ΑΕ, ΖΗ τῷ μεγέθει. καὶ ἔστι τὸ ΑΕ δοθὲν τῷ μεγέθει, ὑπόκειται γάρ, λοιπὸν ἄρα τὸ ΖΗ δοθέν ἐστι τῷ μεγέθει, ἔστι δὲ καὶ τῷ

Etenim datum ſpatium AE, ad datam rectam AΘ applicetur deficiens datâ ſpecie figurâ EΘ:

Dico quòd data eſt vtraque rectarum IE, ΘI.



Secetur enim AΘ bifariam in puncto K: igitur data eſt AK vel KΘ: iã deſcribitor ad ipsâ KΘ ipſi EΘ ſimile [a] ſimilitérque poſitum rectilineum KΛ, & conſtruitor * figura: igitur ſpecie datum eſt KΛ. Quandoquidem itaque à datâ rectâ data ſpecie figura deſcripta eſt KΛ, igitur data eſt [b] figura KΛ magnitudine: Eſt autem KΛ æqualis † ipſis AE, ZH: igitur figuræ AE, ZH datæ ſunt magnitudine. Atqui data eſt figura AE, igitur [c] reliqua figura ZH data eſt: ſed & ſpecie data eſt,

a 10. 1.

* figuræ voce vtitur in eadem acceptione qua in 2. Elem. prop. 7. & 8.

b 18. 6.

c 4.

a 24. 6. similis enim est *a* figuræ EΘ: igitur ipsius ZH latera data sunt:
b 55. igitur ZE *b* data est, & æqualis
c 34. 1. est ipsi *c* KI: igitur KI data est:
d 4 data autem est KΘ: igitur *d* reliqua IΘ data est, & ratio ipsius
e 2. IΘ ad IE data est, *e* igitur IE data est.

εἴδει δοθέν, ὅμοιον γάρ ἐστι τῷ EΘ, τοῦ ZH ἄρα δεδομέναι εἰσὶν αἱ πλευραί, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ZE, καὶ ἔστιν ἴση τῇ KI, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ KI, ἔστι δὲ καὶ ἡ KΘ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ IΘ δοθεῖσα. καὶ λόγος τῆς IΘ πρὸς τὴν IE δοθείς, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ IE.

† Quod autem KΛ ipsis AE ZH æquale sit ita ostendemus. Quandoquidem parallelogramma AZ, ZΘ æqualibus basibus insistunt, & in
f 36. 1. iisdem sunt parallelis *f* æqualia sunt inter se. Rursus cum parallelogramma KE, EΛ parallelogrammorum quæ circa eamdem diametrum con-
g 43. 1. sistunt sint complementa, *g* æqualia sunt inter se: igitur parallelogram-
h 2. ax. 1 ma *h* KE, HB æqualia sunt parallelogrammo AE: igitur addito communi ZH, æquale erit KΛ ipsis AE, ZH.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ νθ.

Ἐὰν δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ ὑπερβάλλον τῷ εἴδει δεδομένῳ εἴδει, δέδοται τὰ πλάτη τῆς ὑπερβολῆς.

PROPOSITIO 59.

Si datum ad datam rectam applicetur, excedens datâ specie figurâ, latitudines excessûs datæ sunt.

Etenim datum AB excedens datâ specie figurâ BI ad datam rectam ΔE applicetur;

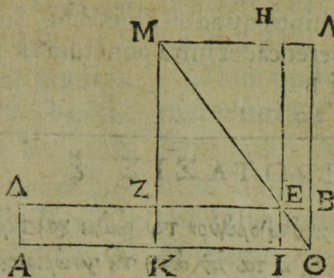
Dico quòd data est vtraque rectarum IE, ΘI.

Secetur enim ΔE bifariam in puncto Z. Et describitor ab ΔE, ipsi IB simile & similiter positum rectilineum HZ, & construitor figura. Quandoquidem igitur BI simile est ipsi HZ, igi-

Δοθὲν γὰρ τὸ AB παρὰ δοθεῖσαν τὴν ΔE παραβεβλήσθω ὑπερβάλλον εἴδει δεδομένῳ εἴδει τῷ BI, λέγω ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν IE, ΘI.

Τετμήσθω γὰρ δίχα ἡ ΔE κατὰ τὸ Z σημεῖον, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ τῆς EZ τῷ ΓB ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον τὸ ZH. καὶ καταγεγράφθω τὸ σχῆμα. καὶ ἐπεὶ ὅμοιόν ἐστι τὸ IB τῷ ZH, περὶ τῆς αὐτῆς

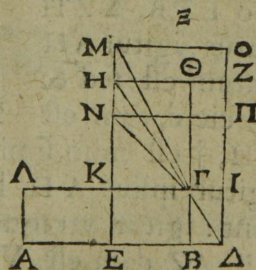
διαμέτρου ἄρα ἐστὶ τὸ ZH τῷ IB. δέδοται δὲ τὸ BI τῷ εἴδει, δέδοται ἄρα καὶ τὸ ZH τῷ εἴδει. καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ δεδομένης εὐθείας τῆς ZE, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ HZ τῷ μεγέθει. ἔστι δὲ καὶ τὸ AE δοθέν, δοθέντα ἄρα ἐστὶ τὰ AE, HZ τῷ μεγέθει. τοῖς δὲ AE, HZ ἴσον ἐστὶ τὸ KΛ, δέδοται ἄρα τὸ KΛ τῷ μεγέθει. ἔστι δὲ καὶ τῷ εἴδει, ὅμοιον γάρ ἐστι τῷ BI. τοῦ KΛ ἄρα αἱ πλευραὶ δεδομέναι εἰσὶ τῷ μεγέθει. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ KΘ. ὥστε καὶ ἡ KI δοθεῖσά ἐστιν, ἴση γάρ ἐστι τῇ EZ· λοιπὴ ἄρα ἡ ΘI δοθεῖσά ἐστι, καὶ λόγον ἔχει πρὸς IE δοθέντα. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ IE.



tur HZ circa eandem diametrum † eſt ipſi BI: & eſt BI ſpecie datum: igitur HZ ſpecie datum eſt: ſed & à datâ rectâ [a] ZE deſcriptum eſt: igitur HZ magnitudine datum eſt. Datum autẽ eſt AE: igitur AE, HZ magnitudine data ſunt: ipſis autem AE, HZ æquale eſt KΛ: igitur KΛ magnitudine datum eſt: ſed & ſpecie datum eſt, ſimile enim eſt ipſi BI: igitur ipſius KΛ [b] latera data ſunt. Igitur latus KΘ datum eſt: Latus autem KI datũ eſt, æquale enim eſt [c] ipſi ZE. Igitur reliqua [d] recta ΘI data eſt, & rationem habet [e] ad IE datam. Igitur [f] data eſt IE.

a 52. b 55. c 34. 1. d 4. e 3. def. f 2.

† Eſſe autem HΓ circa eandem diametrum ipſi BI ita oſtendemus. Sunto duo parallelogramma ΓΔ, KΘ ſimilia, & ponantur ita vt in directum iaceat KΓ ipſi ΓI, & BΓ ipſi ΓΘ: & producatur diameter ΔΓ: Dico productam diametrum ΓΔ tranſire per punctum H, id eſt parallelogrammum ΛΓ conſiſtere circa eandem diametrum cum parallelogrammo KΘ. Si enim non conſiſtat producta diameter tranſibit ſuprà punctum H, aut infrà. Cadat primum ſuprà, & ſecet HK productam in puncto M, & per punctum M agatur ipſi HΘ parallela MO & producatur ΓΘ donec ſecet MO in puncto Ξ.



Quandoquidem igitur parallogramma MΓ, BI in parallelogrammo MΔ circa eandem diametrum ſunt in [g] ſimilia ſunt inter ſe. Eſt igitur vt BΓ ad ΓI, ita KΓ ad g 24. 6.

ΓΞ a vel ΓΜ. Similiter quia similia sunt parallelogramma ΚΘ, ΓΔ erit
a 34. 1. & 7. 5. vt ΒΓ ad ΓΙ, ita ΓΚ ad ΓΘ b vel ΚΗ. Ex æquo igitur vt c ΚΓ ad ΚΜ, ita
b 22. 5. ΚΓ ad ΚΗ. Sed ΚΓ ipsi ΚΓ hoc est sibi ipsi æqualis est. Igitur c ΚΜ ipsi
c 14. 5. ΚΗ æqualis est, maior minori; quod est absurdum. Similiter ostendemus quo casu producta diameter cadet infra punctum Η. Igitur ΚΓ circa eandem diametrum est ipsi ΒΙ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ξ.

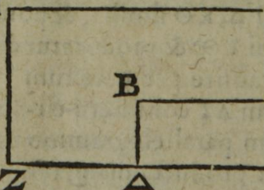
Ἐὰν παραλληλόγραμμον δεδομένον τῷ εἴδει καὶ τῷ μεγέθει δεδομένῳ γνώμονι αὐξηθῇ, δέδοται τὰ πλάτη τοῦ γνώμονος.

PROPOSITIO 60.

Si datum specie & magnitudine parallelogrammum, dato gnomone augeatur, aut minuatur, latitudines gnomonis datæ sunt.

Etenim parallelogrammum ΑΒ specie, & magnitudine datum, augeatur primum dato gnomone ΕΓΒ, ΔΖΗ:

Dico quòd vtraque rectarum ΓΕ, ΔΖ data est. Quandoquidem enim datum ΑΒ, est autẽ gnomo ΕΓΒ, ΔΖΗ datus, igitur ΑΗ datum est: sed & specie datum est ΑΗ, † est enim simile ipsi ΑΒ: Igitur ipsius ΑΗ latera data sunt: igitur vtraque rectarum ΑΕ, ΑΖ data est. Vtraque autem rectarum ΓΑ, ΑΔ data est, igitur reliqua vtraque rectarum ΓΕ, ΔΖ data est.



Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒ δεδομένον τῷ εἴδει, καὶ τῷ μεγέθει, αὐξήσθω πρότερον δεδομένῳ γνώμονι τῷ ΕΓΒ, ΔΖΗ, λέγω ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΓΕ, ΔΖ. Ἐπεὶ γὰρ δοθὲν ΑΒ, ἐστὶ δὲ καὶ ὁ ΕΓΒ, ΔΖΗ γνώμων δοθείς. καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΗ δοθέν ἐστι, ἀλλὰ καὶ τῷ εἴδει, ὅμοιον γάρ ἐστι τῷ ΑΒ. τοῦ ΑΗ ἄρα δεδομέναι εἰσὶν αἱ πλευραί. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΑΕ, ΑΖ, ἐστὶ δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν ΓΑ, ΑΔ δοθεῖσα, λοιπὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ΕΓ, ΖΔ δοθεῖσά ἐστιν.

Πάλιν δὴ παραλληλόγραμμον τὸ ΑΗ δεδομένον τῷ εἴδει, καὶ τῷ μεγέθει μεμειώσθω δεδομένῳ γνώμονι τῷ ΕΓΒΔΖΗ,

Λέγω ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΕΓ, ΔΖ. Ἐπεὶ γὰρ δοθέν ἐστι τὸ ΑΗ οὗ ὁ ΕΓ, ΒΔ, ΖΗ γνώμων δοθείς ἐστι. λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒ δοθέν ἐστιν. ἀλλὰ καὶ τῷ εἴδει, ὅμοιον γάρ ἐστι τῷ ΗΑ. τοῦ ΑΒ ἄρα πλευραὶ δεδομέναι εἰσίν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΓΑ, ΑΔ. ἔστι δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν ΕΑ, ΑΖ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἑκατέρα τῶν ΕΓ, ΔΖ δοθεῖσά ἐστιν.

Iam rursus parallelogrammũ AH specie & magnitudine datum minuatur dato gnomone ΕΓΒΔΖΗ:

Dico quòd data est vtraque rectarum ΕΓ, ΔΖ. Quandoquidem enim datũ AH, cuius gnomon ΕΓ, ΒΔ, ΖΗ datus est: igitur reliquum AB datum est: sed & specie datum est, etenim simile est ipsi HA, igitur latera ipsius AB data sunt: igitur vtraque rectarum ΓΑ, ΑΔ data est. Vtraque autem rectarũ ΕΑ, ΑΖ data est: igitur & reliqua vtraque ΕΓ, ΔΖ data est.

† Quandoquidem gnomon dicitur vtrumquodque eorum quæ in quolibet parallelogrammo *a* circa diametrum sunt, parallelogrammorum a 2. def. 2.
cum duobus complementis, erit parallelogrammum cui gnomon adiicitur alterum eorum parallelogrammorum quæ circa diametrum sunt: igitur simile toti parallelogrammo quod componit, & gnomo adiectus & parallelogrammum cui adiicitur gnomon, per. 24. *6*.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ξα.

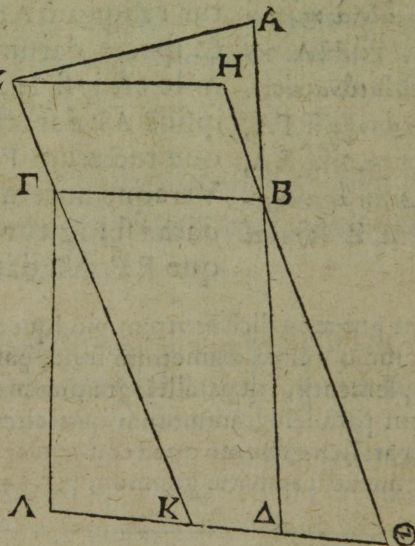
Ἐὰν δεδομένου τῷ εἴδει εἴδους, παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν παραλληλόγραμμον χωρίον παραβληθῇ ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ, ἔχῃ δὲ τὸ εἶδος πρὸς τὸ παραλληλόγραμμον λόγον δεδομένον, δέδοται τὸ παραλληλόγραμμον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 61.

Si ad datæ specie figuræ vnum latus, applicetur parallelogrammum spatium, in angulo dato, habeat autem data figura, ad parallelogrammum rationem datam, parallelogrammum specie datum est.

ETenim ad vnum latus datæ figuræ A Z Γ B, applicetur parallelogrammum spatiũ Γ Δ, in angulo dato Λ Γ B: esto autem ratio figuræ A Γ ad parallelogrammum Γ Δ data:

Dico quod Γ Δ specie datum est. Agatur enim [a] per punctum B ipsi Z Γ parallela BH, per punctum autem Z agatur ipsi Γ B parallela Z H, & producantur Z Γ, H B ad pũcta Θ, K.



Quandoquidem itaq; datus est angulus Z Γ B, & ipsius Z Γ ad Γ B data ratio est, parallelogrammum Z B specie † datum est. Est autem figura A Z Γ B specie data, & descriptum est ab eâdem rectâ B Γ datum specie parallelogrammum Z B. Igitur figuræ A Γ Z B, ad parallelogrammum Z B data ratio est. Data autẽ est ipsius A Γ Z B ad Γ Δ ratio, quandoquidem ita supponitur: est autem [a] Γ Δ æquale ipsi K B: igitur ipsius K B ad Γ H data ratio est. Quamobrem re-

a 36. 1.

ΔΕδομένου γὰρ τῷ εἴδει εἴδους τοῦ Α Ζ Γ Β, παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν Γ Β παραλληλόγραμμον χωρίον παραβεβλήσθω τὸ Γ Δ, ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ Λ Γ Β, λόγος δὲ ἔστω τοῦ Α Γ εἴδους, πρὸς τὸ Γ Δ δοθείς, Λέγω ὅτι δέδοται τὸ Γ Δ τῷ εἴδει. Ἤχθω γὰρ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ Ζ Γ παράλληλος ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ Γ Β παράλληλος ΗΖ, καὶ διήχθωσαν αἱ ΖΓ, Η Β ἐπὶ τὰ Θ, Κ σημεῖα. ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ Ζ Γ Β, γωνία, καὶ λόγος ἐστὶ τῆς Ζ Γ πρὸς τὴν Γ Β δοθείς. δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ Ζ Β παραλληλόγραμμον τῷ εἴδει. δέδοται δὲ τῷ εἴδει τὸ Α Ζ Γ Β εἶδος, καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς Γ Β παραλληλόγραμμον δεδομένον τῷ εἴδει τὸ Ζ Β, λόγος ἄρα ἐστὶ τοῦ Α Ζ Γ Β εἴδους πρὸς ΖΒ παραλληλόγραμμον δοθείς. Τοῦ δὲ Α Γ Ζ Β πρὸς τὸ Γ Δ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἐπειδὴ ὑπόκειται. ἴσον δὲ τὸ Γ Δ τῷ Κ Β. λόγος ἄρα καὶ τοῦ Κ Β πρὸς Γ Η δοθείς. ὥστε

καὶ τῆς ΖΓ πρὸς τὴν ΓΚ λόγος ἐστὶ δοθείς. τῆς δὲ ΖΓ πρὸς τὴν ΓΒ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΒΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΖΓΒ γωνία, καὶ ἡ ἐφεξῆς ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΚ δοθεῖσά ἐστιν. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΛ γωνία δοθεῖσα, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΛΓΚ ἐστὶ δοθεῖσα. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΛΚΓ γωνία δοθεῖσα, ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ ΚΓΒ. λοιπὴ ἄρα ΓΛΚ ἐστὶ δοθεῖσα. δέδοται ἄρα τὸ ΛΚΓ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΛΓ πρὸς τὴν ΓΚ δοθείς. τῆς δὲ ΓΚ πρὸς τὴν ΒΓ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΛΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ὑπὸ ΛΓΒ γωνία. δέδοται ἄρα τὸ ΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ εἴδει.

ctæ ΖΓ ad ΓΚ data ratio eſt, ipſi⁹ autem ΖΓ ad ΓΒ data ratio eſt, igitur ipſius ΒΓ ad ΓΚ data ratio
eſt. Cumq; datus ſit angul⁹ ΖΓΒ, a 13. 1.
igitur & qui deinceps eſt angu- & 4.
lus *a* ΒΓΚ datus eſt. Angulus autem ΒΓΛ datus eſt: igitur re-
liquus ΛΓΚ datus eſt. Angulus b 29. 1.
item ΛΚΓ datus eſt, æqualis
b enim eſt angulo ΚΓΒ: igitur c 41.
reliquus ΓΛΚ datus eſt: igitur d 2. def.
triangulum *c* ΛΚΓ ſpecie datum eſt: igitur ratio ipſius ΛΓ ad ΓΚ *d*
data eſt. Ipſius autem ΓΚ ad ΒΓ e 8
data ratio eſt: igitur ipſius ΛΓ ad *e* ΓΒ data ratio eſt, ſed & datus eſt angulus ΛΓΒ: † igitur parallelogrammũ ΓΔ ſpecie datũ eſt.

VETVS SCHOLIASTES.

Scholium primum.

† *Parallelogrammũ* ΖΒ *manifeſtè ſpecie datũ eſt, quia angulus* ΖΓΒ *datus eſt, ideoque & angulus* ΖΓΗ *datus eſt: etenim in parallelas* ΖΗ, ΓΒ *cadens recta linea* ΖΓ *facit interiores ad eaſdem partes angulos duobus rectis æquales. Quandoquidem itaque angulus* ΖΓΒ *datus eſt, reliqui dati ſunt. Et quia ratio ipſius* ΒΓ *ad* ΖΓ *data eſt, æqualis autem eſt* ΓΖ *ipſi* ΗΒ, & ΒΓ *ipſi* ΗΒ. *Ideo laterum ad inuicem data ratio eſt.*

Scholium ſecundum.

†† *Quandoquidem enim parallelogrammi* ΓΔ, *ad figuram* ΑΖΓΒ *data ratio eſt, figuræ autem* ΑΖΒΓ *ad* ΖΒ *data ratio eſt. Igitur ex æquo per* 8. *ipſius* ΖΒ *ad* ΓΔ *data ratio eſt.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ξϐ.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι δεδομένον, καὶ ἀναγραφῇ ἀπὸ μὲν τῆς μιᾶς δεδομένον τῷ εἴδει εἶδος, ἀπὸ δὲ τῆς ἑτέρας χωρίον παραλληλόγραμμον ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ, ἔχῃ δὲ τὸ εἶδος πρὸς τὸ παραλληλόγραμμον λόγον δεδομένον, δέδοται τὸ παραλληλόγραμμον τῷ εἴδει.

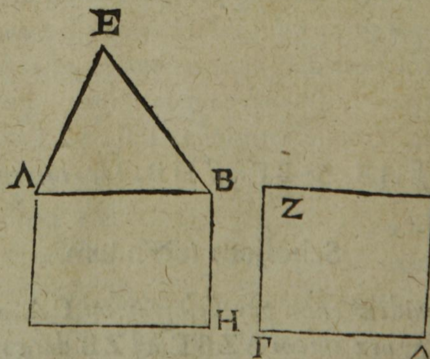
PROPOSITIO 62.

Si duæ rectæ ad inuicem habeant rationem datam, & ab vnâ quidem, data specie figura descripta sit, ab alterâ autem spatium parallelogrammum in angulo dato, habeat autem figura ad parallelogrammum rationẽ datam, parallelogrammum specie datum est.

Etenim duæ rectæ AB, ΓΔ habento ad inuicem rationem datam, & describitor à rectâ quidem AB data specie figura AEB, à rectâ autem ΓΔ parallelogrammum ΔZ, in angulo ZΓΔ dato. Esto autem ratio ipsius AEB ad parallelogrammum ZΔ data, Dico quod parallelogrammũ ΔZ specie datum est.

Etenim describitor à rectâ AB simile similitérque positum parallelogrammũ AH. Quando-

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ AB, ΓΔ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ μὲν τῆς AB δεδομένον τῷ εἴδει εἶδος τὸ AEB, ἀπὸ δὲ τῆς ΓΔ παραλληλόγραμμον τὸ ΔZ ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ZΓΔ, λόγος δὲ ἔστω τοῦ AEB εἴδους πρὸς τὸ ZΔ παραλληλόγραμμον δοθείς, Λέγω ὅτι δέδοται τὸ ΔZ παραλληλόγραμμον τῷ εἴδει. Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς AB τῷ ZΔ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον τὸ AH. Ἐπεὶ λόγος



τῆς AB

τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΓΔ δοθείς ἐστι, καὶ ἀναγέγραπται ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΓΔ ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα εὐθύγραμμα τὰ ΑΗ, ΖΔ, λόγος ἄρα ἐστὶ τοῦ ΑΗ πρὸς τὸ ΖΔ δοθείς. τοῦ δὲ ΖΔ πρὸς τὸ ΑΕΒ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τοῦ ΑΕΒ ἄρα πρὸς τὸ ΑΗ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ὑπὸ ΑΒΗ γωνία. ἴση γάρ ἐστι τῇ ὑπὸ ΖΓΔ. ἐπεὶ οὖν δεδομένου τῷ εἴδει εἴδους τοῦ ΑΕΒ παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν τὴν ΑΒ, παραβέβληται τὸ ΔΗ ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΑΒ. καὶ λόγος ἐστὶ τοῦ ΑΒΕ εἴδους πρὸς τὸ ΑΗ παραλληλόγραμμον δοθείς, δέδοται ἄρα τὸ ΑΗ τῷ εἴδει. καὶ ἔστιν ὅμοιον τῷ ΖΔ. δέδοται ἄρα καὶ τὸ ΖΔ τῷ εἴδει.

quidem igitur ipsius AB ad ΓΔ data ratio est, & descripta sunt à lineis AB, ΓΔ similia similitérque a posita rectilinea AH, ZΔ: a 50.
igitur ratio ipsius AH ad ZΔ data est: ipsius autem ZΔ ad AEB data ratio est: igitur ipsius AEB ad AH data ratio est, sed & datus est angulus ABH, siquidem æqualis est angulo ZΓΔ: quandoquidem igitur figura EAB specie data est, & ad vnum laterum eius AB applicatum est parallelogrammum ΔH in angulo ΓAB dato, ratio autem figuræ AEB ad parallelogrammum AH b data est, igitur AH specie b 61.
datum est: & simile est ipsi ZΔ: igitur ZΔ specie datum est.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ξγ.

Ἐὰν τρίγωνον τῷ εἴδει δεδομένον ᾖ, τὸ ἀπὸ ἑκάστης τῶν πλευρῶν αὐτοῦ τετράγωνον, πρὸς τὸ τρίγωνον λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 63.

Si triangulum specie datum sit, quod ab vnoquoque laterum describitur quadratum, ad triangulum habebit rationem datam.

Ἔστω τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει τὸ ΑΒΓ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπὸ ἑκάστης τῶν πλευρῶν αὐτοῦ τετράγωνα τὰ ΕΒ, ΓΔ, ΓΖ,

Esto triangulum ABΓ specie datum, & describantur ab vnoquoque laterum ipsius quadrata EB, ΓΔ, ΓZ:

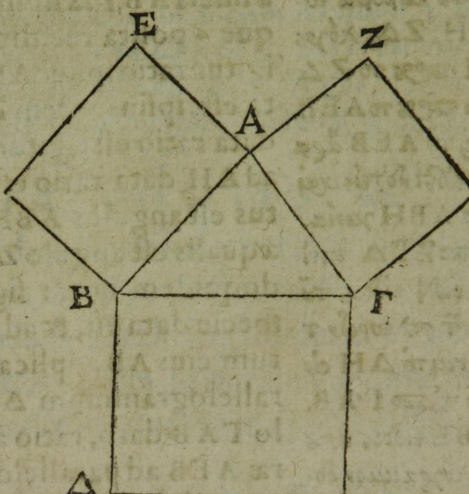
Dico quod vnumquodque quadratorum EB, ΓΔ, ΓΖ ad triangulũ ΑΒΓ habebit rationem datam.

Quandoquidem enim ad eâdem rectâ ΒΓ rectilinea quæcunque data specie a descripta sunt ΑΒΓ, ΓΔ, igitur ratio ipsius ΑΒΓ ad ΓΔ data est: propterea que vtriusque quadratorum EB, ΓΖ ad triangulum ΑΒΓ data ratio est.

a 49.

Λέγω ὅτι ἕκαστον τῶν ΕΒ, ΓΔ, ΓΖ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγον ἕξει δεδομένον.

Ἐπεὶ γὰρ ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΒΓ εὐθύγραμμα δεδομένα τῷ εἴδει ἀναγέγραπται ἃ ἔτυχεν, τὰ ΑΒΓ, ΓΔ, λόγος ἄρα τοῦ ΑΒΓ πρὸς τὸ ΓΔ δοθείς. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἑκατέρου τῶν ΕΒ, ΖΓ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ξδ.

Ἐὰν τρίγωνον ἀμβλεῖαν ἔχῃ γωνίαν δεδομένην, ᾧ μεῖζον δύναται ἡ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτείνουσα πλευρά, τῶν τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν, ἐκεῖνο τὸ χωρίον πρὸς τὸ τρίγωνον λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 64.

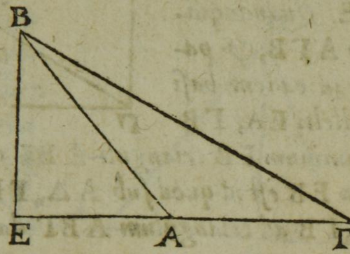
Si triangulum datum angulum obtusum habeat, illud spatium quo latus obtusum angulum subtendens, magis potest quam latera obtusum angulum ambientia, ad triangulum habebit rationem datam.

Esto triangulum obtusangulum ΑΒΓ, quod datum angulum ΒΑΓ obtusum habeat,

Ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον τὸ ΑΒΓ, ἀμβλεῖαν ἔχον γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ δεδομένην,

καὶ διήχθω ἐπ' εὐθείας τῆς ΑΓ εὐθεῖα ἡ ΑΕ καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΑΕ κάθετος ἡ ΒΕ: Λέγω ὅτι ᾧ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τοῦ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ τουτέστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΕΑ, ΑΓ ἐκεῖνο τὸ χωρίον πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγον ἔχει δεδομένον.

Ἐπεὶ γὰρ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΕ δοθεῖσά ἐστιν· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΕΑ δοθεῖσα, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΕΒΑ δοθεῖσά ἐστι, δέδοται ἄρα τὸ ΒΕΑ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα τῆς ΒΕ πρὸς τὴν ΑΕ δοθείς. καί ἐστιν ὡς ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΑΓ, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΑ ΑΓ. λόγος ἄρα καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΕ, ΕΑ δοθείς, καὶ τοῦ δὶς ἄρα ὑπὸ ΑΕ, ΓΑ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΒ ΑΓ δοθείς, ἀλλὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΕ πρὸς τὸ ΒΑΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τοῦ δὶς ἄρα ὑπὸ τῶν ΕΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ΒΑΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. καί ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΕΑ, ΑΓ ᾧ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ἐκεῖνο ἄρα τὸ χωρίον πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγον ἔχει δεδομένον.

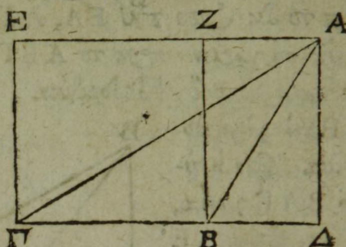


&producatur in directum ipsius
A Γ recta A E, & à puncto B ad re-
ctam A E perpendicularis aga-
tur E B: Dico quod id spatium,
quo quadratum rectæ B Γ exce-
dit quadrata rectarum A B, A Γ,
hoc est id quod a bis sub E A, A Γ a 12.2
ad triangulum A B Γ habebit ra-
tionem datam.

Etenim cum an-
gulus B A Γ datus
sit, angulus autẽ
BEA datus sit: igi-
tur reliquus E B A
datus est, igitur
triãgulum b E A B b 40.
specie datum est: igitur ratio c c 2.def
ipsius A E ad B E data est. Estq; vt
BE ad A E, ita quod sub B E, A Γ ad
id d quod sub A Γ, E A. Est autem d 1.6.
ipsius A E ad B E data ratio: igitur
eius quod sub E B, AE, ad id quod
sub E A, A Γ data ratio est: igi-
tur eius quod bis sub E A A Γ ad
id quod sub E B, A Γ data ratio
est: atqui id quod sub B E, A Γ ad
triangulum * A B Γ habet ratio * nempe duplum
nem datam. Igitur eius quod e per. 41.1
bis sub E A A Γ ad triangulum e 8.
A B Γ data ratio est. Illud autẽ
quod f bis sub E A A Γ est illud f 12.2.
spatium quo quadratum rectæ
B Γ magis potest quàm quadra-
ta rectarum A B, A Γ: igitur
illud spatium habet ad triangu-
lum A B Γ rationem datam.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Excitetur à punctis* Δ, B, Γ *ipsi* ΓΔ, *rectæ* ΔA, BZ, ΓE *ad angulos rectos, per punctũ autem* A, *ipsi* ΓΔ *agatur parallela* AE. *Quandoquidem igitur parallelæ sunt* EA, ΓΔ, EΓ, ZB, AΔ, *igitur erit* EΔ *parallelogrammum: ideoque latera* EΓ, AΔ *sunt æqualia. Simili ratione æqualia ostendentur latera* ZB, AΔ, *nec non* ZA, BΔ, *&* AΔ, ΓE. *Quandoquidem itaque triangulum* AΓB, *& parallelogrammum* EB *in eadem basi* ΓB, *& in ijsdem parallelis* EA, ΓB



a 37. 1. *consistunt, parallelogrammum* EB *trianguli* ABΓ *duplum* a *est. Parallelogrammum autem* EB *est id quod sub* AΔ, ΓB *continetur: igitur eius quod sub* AΔ, ΓB *ad triangulum* ABΓ *data ratio est, nempe dupla.*

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ξε.

Ἐὰν τρίγωνον ὀξεῖαν ἔχει γωνίαν δεδομένην, ᾧ ἔλασσον δύναται ἡ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτείνουσα πλευρὰ, τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν ἐκεῖνο τὸ χωρίον πρὸς τὸ τρίγωνον λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 65.

Si triangulum datum angulum acutum habeat, illud spatium quo latus angulum acutum subtendens, minus potest quam latera angulum acutum ambientia, habebit ad triangulum rationem datam.

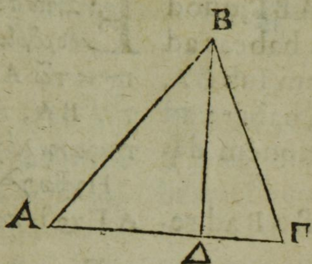
ESto triangulum acutangulum ABΓ, quod datum angulum acutum habeat BAΓ: & agatur à puncto B ad AΓ perpendicularis BΔ: Dico quod illud spatium quo minùs est

ΕΣτω τρίγωνον ὀξυγώνιον τὸ ΑΒΓ, ὀξεῖαν ἔχον γωνίαν δεδομένην τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἡ ΒΔ. Λέγω ὅτι ᾧ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ,

τὸ ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ τουτέστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγον ἔχει δεδομένον.

quadratum rectæ ΑΓ, quã quadrata *a* linearum Α Β, ΑΓ, hoc est, id quod fit bis sub ΓΑ, ΑΔ habet ad triangulum ΑΒΓ rationem datam. a 13. 2.

Ἐπεὶ γὰρ δοθεισά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΒ δοθεῖσα, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστὶ δοθεῖσα, δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΔΑ δοθείς, ὥστε καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΑΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἀλλὰ καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΔΒ, ΑΓ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΒΔ ἄρα πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. καί ἐστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ ᾧ ἔλασσόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ, τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΓΑ, ᾧ ἄρα ἔλασσόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τῶν ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΑΓ, ἐκεῖνο τὸ χωρίον, πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγον ἕξει δεδομένον.



Quandoquidem enim angulus ΒΑΔ datus est. Angulus autem ΑΔΒ datus est, igitur reliquus ΑΒΔ datus est: igitur triangulum ΑΒΔ specie datum est: igitur ratio ipsius ΒΔ ad ΑΔ data est: ideoq; *b* eius quod b 1. 6. sub ΓΑ, ΑΔ, ad id quod sub ΑΓ, ΒΔ data ratio est: igitur & eius quod bis sub ΓΑ, ΒΔ, ad id quod sub ΓΑ, ΒΔ data ratio est. Atqui eius quod sub ΓΑ, ΒΔ ad triangulũ ΑΒΓ data *c* ratio est: igitur eius quod bis c quia duplum per. 37. 1. sub ΓΑ, ΑΔ ad triangulum ΑΒΓ data ratio est: & est quod bis sub ΓΑ, ΔΑ id quo minus est quadratum rectæ ΒΓ quam quadratum rectarum ΑΒ, ΑΓ: igitur illud spatium, quo minus quadratum rectæ ΒΓ quam quadrata rectarum ΑΒ, ΑΓ ad triangulum ΑΒΓ habebit rationem datam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ξϛ.

Ἐὰν τρίγωνον δεδομένην ἔχῃ γωνίαν, τὸ ὑπὸ τῶν τὴν δεδομένην γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν ὀρθογώνιον, πρὸς τὸ τρίγωνον λόγον ἕξει δεδομένον.

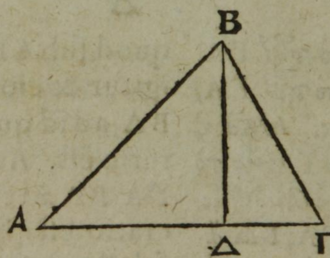
PROPOSITIO 66.

Si triangulum datum angulum habuerit quod sub rectis datum angulum comprehendentibus continetur rectangulum, habebit ad triangulum rationem datam.

Esto triangulum ΑΒΓ, quod datum angulum habeat ad Α: Dico rectangulum sub ΒΑ, ΒΓ comprehensum, habere ad triangulum ΑΒΓ rationem datam.

Agatur enim à puncto Β ad rectam ΑΓ perpendicularis ΒΔ: igitur quãdoquidem angulus ΒΑΓ datus est, angulus autem ΒΔΑ datus est, igitur reliquus ΔΒΑ datus est: igitur ipsius ΑΒ ad ΒΔ data ratio est: vt autẽ ΑΒ ad ΒΔ, ita quod sub ΒΑ, ΑΓ ad id quod sub ΓΑ, ΒΔ: igitur eius quod sub ΒΑ, ΑΓ ad id quod sub ΒΔ ΑΓ data ratio est: atqui eius quod sub ΑΓ, ΒΔ ad triangulũ ΑΒΓ data ratio *est: igitur eius quod sub ΒΑ, ΑΓ ad triangulũ ΑΒΓ data ratio est.

* nempe dupla per. 37.1



Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ δεδομένην ἔχον γωνίαν τὴν πρὸς τῷ Α, λέγω ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγον ἔχει δεδομένον.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἡ ΒΔ. Ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία δοθεῖσά ἐστι, δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ εἴδει, λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ δοθείς. ὡς δὲ ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΑΓ. καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΑΓ λόγος ἐστὶ δοθείς, τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΑΓ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ ἄρα πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ξζ.

Ἐὰν τρίγωνον δεδομένην ἔχῃ γωνίαν, ᾧ μεῖζον δύναται αἱ τὴν δεδομέ-

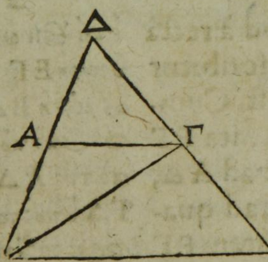
νην γωνίαν περιέχουσαι πλευραὶ ὡς μία, τοῦ ἀπὸ τῆς λοιπῆς, ἐκεῖνο τὸ χωρίον πρὸς τὸ τρίγωνον λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 67.

Si triangulum datum angulum habuerit, illud ſpatium quo duo datum angulum comprehendentia latera, tanquam vna recta, magis poſſunt quam quadratum à reliquo latere, ad triangulum habebit rationem datam.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ δεδομένην ἔχον γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, λέγω ὅτι ᾧ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ, τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ, ἐκεῖνο τὸ χωρίον πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγον ἕξει δεδομένον.

Διήχθω γὰρ ἐπ' εὐθείας τῆς ΒΑ εὐθεῖα ἡ ΑΔ, καὶ κείσθω τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζευχθεῖσα ἡ ΔΓ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ Β τῇ ΑΓ παράλληλος ἡ ΒΕ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΓ, ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΔΒ τῇ ΒΕ, καὶ διῆχθαι ἡ ΒΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΓ, ΓΕ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΔ. ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ· τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΔΓ,



Esto triangulũ A B Γ, quod angulum B A Γ datum habeat: Dico quod illud ſpatium, quo maius eſt quadratum abs ſimul vtrâque B A Γ, quam quadratum à rectâ B Γ, ad triangulum A B Γ habebit rationem datam.

Producatur enim in directum ipſius A B recta A Δ, & fiat A Γ æqualis ipſi A Δ, & connexa recta Δ Γ producatur ad punctum E. Agatur autem per punctum B ipſi [a] A Γ parallela B E. Quandoquidem æqualis eſt A Δ, ipſi A Γ: igitur æqualis eſt Δ B ipſi [b] B E: & educta eſt aliqua recta B Γ: † igitur quod ſub E Γ, Δ E cum quadrato rectæ B Γ æquale eſt quadrato B Δ. Eſt autem Δ A ipſi A Γ æqualis. Igitur

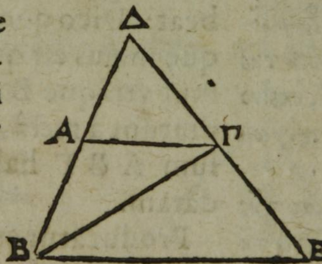
[a] 32. 1.

[b] 2. 6. & 14. 5.

quod abs ſimul vtrâq; B A Γ quadratum æquale eſt ei quod

ſub ΔΓ, ΓΕ cum quadrato rectę
ΒΓ: ideoque & quod abs ſimul
vtráque ΒΑΓ, hoc eſt qua-
dratum à rectà ΒΔ, maius eſt
quàm quadratum rectæ ΒΓ, eo
quod ſub ΔΓ, ΔΕ.

Dico iam quod eius quod ſub
ΔΓ, ΓΕ ad triangulum ΑΒΓ
data ratio eſt. Etenim cum da-
tus eſt ſit angulus ΒΑΓ, & qui
deinceps eſt ΔΑΓ datus eſt;
Vterque autem angulorũ ΑΔΓ,
ΔΓΑ datus eſt:
Etenim vterque
dimidius eſt an-
guli ΒΑΓ, qui
datus eſt: igitur
triangulũ ΔΑΓ
ſpecie datũ eſt:
igitur ratio ipſi[9]
ΔΑ ad ΔΓ data



a 50. eſt: ideoq; & eius *a* quod à rectâ
ΔΑ, ad id quod à ΔΓ deſcribitur
quadratum data ratio eſt. Cum-
b 2 6. que ſit vt ΒΑ *b* ad ΑΔ, ita ΕΓ
ad ΔΓ: Et vt ΒΑ quidẽ ad ΑΔ,
ita quod ſub ΒΑ, ΑΔ, ad qua-
dratum rectæ ΑΔ, vt autem ΕΓ
c 1. 6. ad ΓΔ, ita *c* quod ſub ΕΓ, ΓΔ ad
quadratũ à rectæ ΓΔ: Et alter-
natim vt id quod ſub ΒΑ, ΑΔ ad
id quod ſub ΔΓ, ΓΕ, ita quod
à rectâ ΑΔ, ad id quod à rectâ
ΓΔ deſcribitur quadratum. Igi-
tur vt id quod ſub ΒΑ, ΑΔ ad
id quod ſub ΕΓ, ΓΔ, ita qua-

ΓΕ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς ΒΓ, ὥστε τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ τουτέστιν τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ μεῖζον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν ΔΓ, ΓΕ.

Λέγω δὴ ὅτι τοῦ ὑπὸ τῶν ΔΓ, ΓΕ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐπεὶ γὰρ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, καὶ ἡ ἐφεξῆς ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ ἐστὶ δοθεῖσα. ἔστι δὲ καὶ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΔΓ, ΔΓΑ δοθεῖσα, ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν ἡμίσειά ἐστι τῆς ὑπὸ ΒΑΓ δεδομένης οὔσης, δέδοται ἄρα τὸ ΔΑΓ τρίγωνον τῷ εἴδει. Λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΔΑ πρὸς τὴν ΔΓ δοθείς. ὥστε καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ. ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΒΑ πρὸς τὴν ΑΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΔ πρὸς ἀπὸ τῆς ΑΔ. ὡς δὲ ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ. καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΔ, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΓΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ, ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΓΔ, οὕτως τὸ

ἀπὸ τῆς

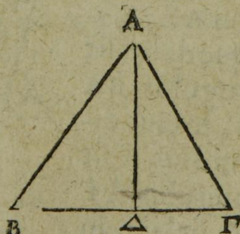
ἀπὸ τῆς ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ. λόγος δὲ ἀπὸ τῆς ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ δοθείς, λόγος ἄρα καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΔΓ δοθείς. ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ, λόγος ἄρα καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΓΔ δοθείς. τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ΒΑΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς, διὰ τὸ δοθεῖσαν εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν, καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΓΔ ἄρα πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι τὸ ὑπὸ τῶν ΔΓ, ΓΕ ᾧ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ, ᾧ ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ, ἐκεῖνο τὸ χωρίον πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγον ἕξει δεδομένον.

dratum rectæ AΔ ad quadratum rectæ ΓΔ. Eius autē quod à rectâ AΔ ad id quod à rectâ ΔΓ data ratio est: igitur eius quod sub BA, AΔ, ad id quod sub EΓ, Γ Δ data ratio est: æqualis autem est ΔA ipsi AΓ: igitur eius quod sub BA,AΓ ad id quod sub EΓ,ΓΔ, data ratio est: eius autē quod sub BA,AΓ ad triangulum BAΓ data ratio est, quia datus est angul⁹ BAΓ: igitur & eius quod sub ΔΓ, ᵃΓE ad triangulū ABΓ data ratio est: & est id quod sub ΔΓ, ΓE, id quo maius est quadratum abs simul vtrâque BAΓ quàm quadratum rectæ BΓ. Igitur quo maius est quadratum abs simul vtrâque BAΓ quàm quadratum rectæ BΓ, illud spatium, ad triangulum ABΓ habebit rationem datam. a 1.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Si in triangulo æquicruri acta fuerit à vertice aliqua recta, ad basim; quadratum actæ ad basim rectæ, cum rectangulo quod sub basis segmentis continetur æquale est quadrato alterutrius crurum.*

Esto triangulum æquicrus ABΓ, *cuius crura sint* BA, AΓ *à vertice* A *ad basim* BΓ *agatur vtcumque recta* AΔ: *Dico quod quadratum rectæ* AΔ *vna cum rectangulo, quod sub* BΔ, ΓΔ *continetur æquale est quadrato alterutrius crurum* AB, AΓ. *Etenim recta* BΔ, *vel ad basim perpendicularis est, vel non. Esto primum perpendicularis. Quandoquidem igitur bifariam* ᵇ *secatur* BΓ, *in puncto* Δ, *igitur quod sub rectis* BΔ, ΔΓ *æquale est* b Schol. seq. dem.

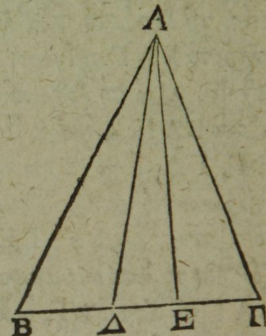


quadrato rectæ ΑΓ, *commune apponatur quadratum* ΑΔ. *Igitur quadratum rectæ* ΑΔ *& id quod sub* ΒΔ, ΔΓ *æqualia sunt quadratis rectarum* ΑΔ, ΔΓ. *Sed quadratis rectarū* ΑΔ, ΔΓ *æquale est a quadratum rectæ* ΑΓ. *Igitur quadratum rectæ* ΑΓ *æquale est & quadrato rectæ* ΑΔ, *& ei quod sub* ΒΔ, ΔΓ.

a 47. 1.

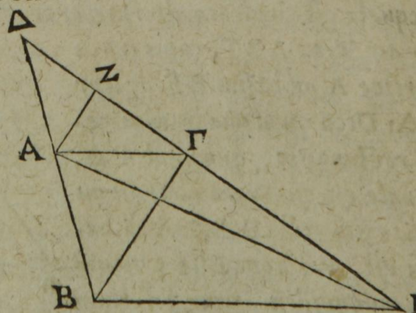
Iam non esto perpendicularis ΑΔ, *& cadat à puncto* Α *ad rectam* ΒΓ *perpendicularis* ΑΕ. *Quandoquidem itaque recta* ΒΓ *secta est bifariam in puncto* Ε, *& non bifariam in puncto* Δ, *quod sub* ΒΔ, ΔΓ *vna cum quadrato rectæ* ΕΔ *æqualia sunt quadrato b rectæ* ΕΓ, *addatur commune quadratum rectæ* ΑΕ. *Igitur quadrata rectarum* ΔΕ, ΑΕ, *cum eo quod sub* ΒΔ ΔΓ *æqualia sunt quadratis linearum* ΕΓ, ΑΕ. *Est autem quadratum rectæ* ΑΔ *æquale quadratis rectarum* ΑΕ, ΔΕ. *Igitur quadratum* ΑΔ *cum eo quod sub* ΒΔ, ΔΓ *æquale est quadratis rectarum* ΑΕ, ΕΓ. *Sed quadratis rectarum* ΑΕ, ΕΓ *æquale est quadratum rectæ* ΑΓ. *Igitur quadratum rectæ* ΑΓ *æquale est quadrato rectæ* ΑΔ, *& ei quod sub* ΒΔ, ΔΓ.

b 5. 2.



ALITER.

Construantur eadem quæ superiùs, & agatur à puncto Α ad ΓΔ perpendicularis ΑΖ. Et cōnectatur ΑΕ cumque datus sit angulus ΒΑΓ, & eius dimidius sit angulus ΑΓΖ, sit autem angulus ΑΖΓ datus, igitur triangulum ΑΖΓ



ΑΛΛΩΣ.

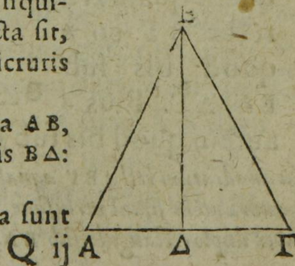
Κατασκευάσθω τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΓΔ, κάθετος ἡ ΑΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΓΑΒ γωνία, καὶ ἔστιν αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΑΓΖ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΖΓ δοθεῖσα, δέδοται ἄρα τὸ ΑΖΓ τρίγωνον τῷ

εἴδει, λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΑΖ πρὸς τὴν ΖΓ δοθείς, τῆς δὲ ΖΓ πρὸς τὴν ΓΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, διπλάσιων γάρ ἐστιν αὐτῆς, καὶ τῆς ΔΓ ἄρα πρὸς τὴν ΑΖ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥστε καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΓΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΖ, ΓΕ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΖ, ΓΔ πρὸς τὸ ΑΓΕ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς, διπλάσιον γάρ ἐστιν αὐτοῦ, καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΓΔ ἄρα πρὸς τὸ ΑΓΕ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. ἴσον δὲ τὸ ΑΓΕ τρίγωνον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ, ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΑΓ εἰσίν, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΓ, ΒΕ, καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΓΔ ἄρα πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. καί ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΕΓ, ΓΔ, ᾧ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ. ᾧ ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑ, ΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΓΒ, ἐκεῖνο τὸ χωρίον πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγον ἔχει δεδομένον.

ſpecie datum eſt : igitur ipſius ΑΖ ad ΖΓ data ratio eſt: ipſius autem ΓΖ ad ΓΔ data ratio eſt, † ſiquidem ipſius ΓΖ dupla eſt ΓΔ: igitur ipſius ΓΔ ad ΑΖ data ratio eſt. †† Ideoque eius quod ſub ΕΓ, ΓΔ ad id quod ΑΖ, ΓΕ data ratio eſt: eius autem quod ſub ΑΖ, ΓΕ ad triangulum ΑΓΕ data ratio eſt, etenim ipſius ††† duplũ eſt: igitur eius quod ſub ΕΓ, ΓΔ ad triangulum ΑΓΕ data ratio eſt. Eſt autẽ triangulũ ΑΓΕ triangulo ΑΒΓ æquale, in eâdem ſiquidẽ baſi ΑΓ conſiſtit vtrumq; & [a] in iiſdem parallelis ΑΓ, ΒΕ: igitur & eius [b] quod ſub ΕΓ, ΓΔ ad triangulum ΑΒΓ data ratio eſt: & eſt id quod fit ſub ΕΓ, ΓΔ illud ſpatiũ, quo maius eſt quadratum, ſimul vtriuſque ΒΑΓ quam quadratum rectæ ΒΓ: igitur quo maius eſt quadratum ſimul vtriuſq; ΒΑΓ, quam quadratum rectæ ΒΓ, illud ſpatium ad triangulum ΑΒΓ habet rationem datam.

[a] 38. 1.
[b] 8.

† Rectam ΕΓ rectæ ΓΖ duplam eſſe ita oſtendemus, quod quidem de omni triangulo æquicruri intelligendum eſt, ſiquidem à vertice ad baſim perpendicularis educta ſit, quia perpendicularis à vertice trianguli æquicruris diuidit baſim bifariam:

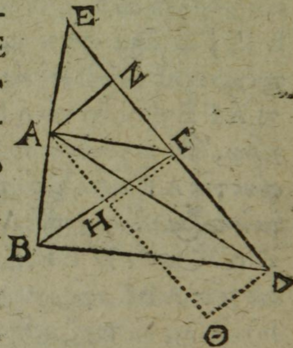


Eſto triangulum æquicrus ΒΑΓ, cuius crura ΑΒ, ΒΓ, baſis ΑΓ, cadat à vertice perpendicularis ΒΔ: Dico ſegmenta baſis ΑΔ, ΔΓ eſſe æqualia.

Quandoquidem enim latera ΑΒ, ΒΓ æqualia ſunt

a 5. 1. ex hypotheſi, anguli ad baſim ΒΑΓ, ΒΓΔ, æquales *a* ſunt, ſed & anguli ΒΔΑ, ΒΔΓ æquales ſunt, quià recti, ideoque reliqui ΑΒΔ, ΔΒΓ æquales ſunt: ſed latera ΑΒ, ΒΔ, nec non ΒΔ, ΒΓ æquales *b* angulos ΑΒΔ, ΔΒΓ
b 4. 1. comprehendẽtia æqualia ſunt, igitur baſes ΑΔ, ΔΓ æquales ſunt. Ideoq; in triangulo æquicruri à vertice cadens perpẽdicularis diuidit baſim bifariã.
†† Eius quod ſub ΕΓ, ΓΔ ad id quod ſub ΑΖ, ΓΕ datam eſſe rationẽ ita oſtendemus. Quandoquidem triangulorum ΑΓΔ, ΑΓΖ vnumquodq; ſpecie datum eſt, igitur ipſius ΑΓ ad ΓΔ data ratio eſt, nec non ipſius ΔΓ
a 8. ad ΖΑ data ratio eſt, igitur ipſius *a* ΖΑ ad ΑΓ data ratio eſt. Igitur eius
b 1. 6. quod *b* ſub ΔΓ, ΓΕ ad id quod ſub ΑΖ, ΓΕ data ratio eſt.

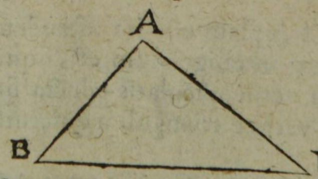
VETVS SCHOLIASTES.



††† *Id quod ſub* ΑΖ, ΓΔ *trianguli* ΑΓΕ *duplum eſſe ita oſtẽdemus. Per punctũ* Α *ipſi* ΔΕ *parallela agatur* ΑΘ, *per puncta autem* Γ *&* Δ *agantur ipſi* ΑΖ *parallelæ* ΗΓ, ΘΔ. *Quandoquidẽ parallelæ ſunt* ΖΓ, ΑΗ, *nec non* ΑΖ, ΗΓ *ex constructione, igitur parallelogrammum eſt* ΑΓ, *ideoq; oppoſita latera* ΑΖ, ΓΗ *nec non* ΑΗ, ΖΓ *æqualia ſunt: ſimiliter oſtendentur* ΗΓ, ΘΔ *rectæ æquales: cumque* ΑΖ *ipſi* ΓΗ *æqualis ſit, igitur* ΓΘ *eſt id quod ſub*
c 41. 1. ΑΖ, ΓΔ: *at* ΓΘ *trianguli* ΑΓΕ *c duplum eſt. Igitur id quod* ΑΖ, ΓΔ *trianguli* ΑΓΕ *duplum eſt.*

ALITER.

AVt enim angulus ad Α rectus eſt aut acutus aut obtuſus. Eſto primum rectus: igitur quadratum ſimul vtriuſque ΒΑΓ maius eſt quam quadratũ rectæ ΒΓ eo * quod bis ſub ΒΑ, ΑΓ. Eius *d*
d 66. autem quod bis ſub ΒΑ, ΑΓ ad triangulũ ΑΒΓ data ratio eſt.



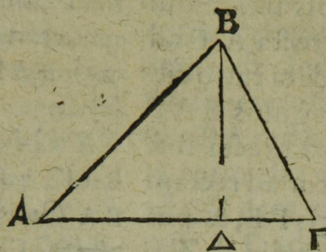
ΑΛΛΩΣ.

Ἤτοι γὰρ ἡ πρὸς τῷ Α γωνία ὀρθή ἐστιν, ἢ ὀξεῖα, ἢ ἀμβλεῖα. Ἔστω πρότερον ὀρθή, τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ, τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ ὑπερέχει τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ, καί ἐστι τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς.

* *Quia quadratum rectæ* ΒΓ *æqualis eſt duobus quadratis rectarum* ΒΑ, ΑΓ *per.* 47. 1. *Quadratum autem ſimul vtriuſque* ΒΑΓ *æquale eſt duobus quadratis rectarum* ΑΒ, ΒΓ *& inſuper duplo rectangulo ſub* ΒΑ, ΑΓ. *per.* 4. 2.

Ἔστω δὴ ὀξεῖα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β, ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἡ ΒΔ. καὶ ἐπεὶ ὀξυγώνιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, καὶ κάθετος ἦκται ἡ ΒΔ, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΑΒ, ΓΑ ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ΒΓ, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ, κοινὸν προσκείσθω τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ, ἴσα ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ΒΓ, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΔ, καὶ ἔτι τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΑ, ΑΒ τουτέστι τῷ δὶς ὑπὸ τῆς ΒΑΔ καὶ τῆς ΑΓ. ὥστε τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ τῷ δὶς ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΔ καὶ τῆς ΑΓ. καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ δοθεῖσα, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ δοθεῖσά ἐστιν, δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΑΔ πρὸς τὴν ΑΒ δοθείς. ὥστε καὶ συναμφοτέρου τῆς ΔΑΒ πρὸς τὴν ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου ἄρα τῆς ΔΑΒ καὶ τῆς ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ δὶς ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς

Iam esto angulus BAΓ acutus, à puncto autem B, in rectam AΓ agatur perpendicularis BΔ. Quandoquidem triangulum ABΓ acutangulum est, & perpendicularis acta est BΔ, igitur rectarũ AB, AΓ quadrata æqualia sunt, & quadrato [a] rectæ BΓ & ei quod bis sub ΓA, AΔ, addatur communeid quod bis sub BA, AΓ: igitur quadrata rectarum BA, AΓ, cum eo quod bis sub rectis BA, AΓ, quod est quadratum [b] simul vtriusque BAΓ æqualia sunt quadrato rectæ BΓ, & ei quod bis sub ΓA, AΔ, & insuper ei quod bis sub BA, AΓ hoc est ei * quod bis sub simul vtrâque BAΔ, & rectâ AΓ: ideoq; quadratum simul vtriusque ΓAB maius est, quam quadratum rectæ BΓ, eo quod bis sub simul vtrâque BAΔ, & rectâ AΓ continetur. Cumque datus sit angulus BAΓ, angulus autẽ AΔB datus sit: igitur reliquus angulus ABΔ datus: igitur triangulum AΔB specie datum est: igitur ratio ipsius AΔ ad AB data est. Quamobrem simul vtriusq; ΔAB ad AB [c] data ratio est. Igitur eius quod sub simul vtrâque



[a] 13. 2.

[b] 4. 2.

* *Quia nempe quod fit sub* BAΔ *&* AΓ *æquale est ei quod sub* BA, AΓ *& ei quod fit sub* AΓ, ΔΔ, *per. 1. prop. 2.*

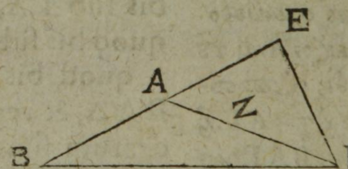
[c] 2. 2.

a 1.6. *a* Δ A B & rectâ A Γ ad id quod
sub B A, A Γ data ratio est. Eius
autem quod sub B A, A Γ ad
triangulum B A Γ data ratio est,
b 66. quod datus sit angulus *b* B A Γ:
Igitur eius quod bis sub simul
vtráque Δ A B, & rectâ A Γ ad
triangulum Γ A B data ratio est.

Sed enim esto angulus B A Γ
obtusus, & productâ rectâ B A
ad punctum E, agatur ad rectam
B A perpendicularis Γ E, & po-
natur ipsi A E æqualis A Z.
Quandoquidem igitur angulus
B A Γ est obtusus, & perpendi-
cularis acta est Γ E, igitur qua-
c 13.2. drata *c* rectarum B A, A Γ, cum
eo quod bis sub B A, A E, hoc
est quod bis sub B A, A Z æqua-
lia sunt quadrato
rectæ Γ B, adda-
tur commune id
quod bis sub B A,
A Γ: igitur qua-
drata rectarum
B A, A Γ cum eo quod bis sub
B A, A Γ, hoc est quadratum si-
d 4.2. mul vtriusque *d* B A Γ, cum eo
quod bis sub B A, A Z æqualia
sunt quadrato rectæ B Γ, & ei
quod bis sub B A, A Z: auffera-
tur commune, scilicet id quod
bis sub B A, A Z: igitur quod á
simul vtráq; B A Γ quadratum,
æquale est quadrato rectæ B Γ, &
ei quod bis sub B A, Γ Z: ideoq;

Δ A B καὶ τῆς A Γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν B A, A Γ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν B A, A Γ πρὸς τὸ A B Γ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς, διὰ τὸ δοθεῖσαν εἶναι τὴν B A Γ γωνίαν. καὶ τοῦ δὶς ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς Δ A B καὶ τῆς A Γ πρὸς τὸ A B Γ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω ἀμβλεῖα ἡ ὑπὸ B A Γ, καὶ ἐκβεβληθείσης τῆς B A ἐπὶ τὸ E, ἤχθω ἐπ᾽ αὐτὴν ἀπὸ τοῦ Γ κάθετος ἡ Γ E, καὶ κείσθω τῇ A E ἴση ἡ A Z. ἐπεὶ οὖν ἀμβλεῖά ἐστιν ἡ ὑπὸ B A Γ γωνία, καὶ κάθετος ἦκται ἡ Γ E, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν B A, A Γ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν B A, A E, τουτέστι τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν B A, A Z ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς B Γ. κοινὸν προσκείσθω τὸ δὶς ὑπὸ τῶν B A, A Γ, τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν B A, A Γ μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν B A, A Γ, τουτέστι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς B A Γ, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς B Γ, μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν B A, A Z. κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ δὶς ὑπὸ B A, A Z, τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς B A Γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς B Γ, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν B A, Γ Z ὥστε τὰ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς B A Γ, τοῦ ἀπὸ

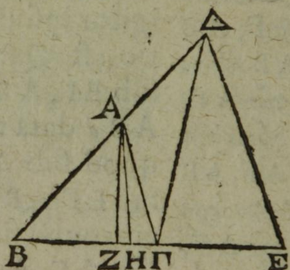


τῆς ΒΓ ὑπερέχειν τῷ δὶς ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΓΖ. καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, καὶ ἡ ὑπὸ ΕΑΓ ἄρα δοθεῖσά ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΑ δοθεῖσά ἐστι, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΕ δοθεῖσά ἐστι, δέδοται ἄρα τὸ ΑΓΕ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα τῆς ΓΑ πρὸς τὴν ΑΕ δοθείς, τουτέστι καὶ πρὸς τὴν ΑΖ, ὥστε καὶ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΖ λόγος ἐστὶ δοθείς. τῆς δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΕ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΖ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥστε τοῦ ἀπὸ τῶν ΕΓ, ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΑΒ πρὸς τὸ ΕΓ, ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τοῦ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ, ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς, τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΑΒ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥστε καὶ τοῦ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΑΒ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ ἔστι τὸ δὶς ὑπὸ τῶν ΓΖ, ΑΒ ᾧ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ, τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ, ᾧ ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ, τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἐκεῖνο τὸ χωρίον, πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγον ἔχει δεδομένον.

BAΓ, maius eſt quam quadra-
tum rectæ BΓ, eo quod bis ſub
AB, ΓZ. Quandoquidem ita-
que angulus ΓAB datus eſt,
igitur *a* angulus EAΓ datus eſt: a 13. 1.
ſed & angulus ΓEA datus eſt,
igitur reliquus angulus AΓE
datus eſt: Igitur triangulum A
ΓE ſpecie *b* datum eſt: igitur ip- b 40.
ſius ΓA *c* ad AE id eſt ad AZ da- c 2. def.
ta ratio eſt: ideoque ipſius AΓ
ad ΓZ data ratio eſt: ipſius au-
tem AΓ ad ΓE data ratio eſt,
igitur ipſius EΓ ad ΓZ data ra-
tio eſt: Quamobrem eius quod
ſub EΓ, AB ad id quod ſub ZΓ,
AB *d* data ratio eſt: Eius autem d 1. 6.
quod ſub AΓ, AB ad id quod
ſub EΓ, AB data ratio eſt. Igitur
eius quod ſub EZ, AB ad id quod
ſub AΓ, AB data ratio eſt. Eius
autē quod ſub AB AΓ ad trian-
gulum ABΓ data ratio eſt, igi-
tur eius quod bis ſub ΓZ, AB
ad triangulum *e* ABΓ data ra- e 8.
tio eſt: & eſt id quod bis ſub
ΓZ, AB id quo maius eſt qua-
dratum ſimul vtriuſque BAΓ,
quam quadratum rectæ BΓ: igi-
tur quo maius eſt quadratum
ſimul vtriuſque BAΓ, quam
quadratum rectæ BΓ, illud ſpa-
tium ad triangulum ABΓ habet rationem datam.

ALITER.

PRoducatur recta B A, ad punctum Δ, & ponatur ipsi Γ A æqualis A Δ, & connectatur Γ Δ. Quandoquidem igitur datus est angulus B A Γ, & eius dimidius est vterque angulorū A Δ Γ, A Γ Δ, igitur vterque angulorum A Γ Δ, A Δ Γ datus est: igitur & reliquus Δ A Γ datus est: igitur triangulū A Γ Δ specie datū est: igitur ipsius A Γ ad
a 2.def. Γ Δ [a] data ratio est. Cumq; angul⁹ A Δ Γ datus sit, deducatur ipsi † æqualis vterq; angulorū Δ E Γ, A Z Γ, itaque quoniā angulus, B Δ Γ angulo Δ E Γ æqualis est, angulus autē Δ B E triangulo Δ B E, & Δ B Γ cōmunis est, igitur reliquus Δ E B reliquo B Γ Δ æqualis est. Igitur triangulū B Δ E triangulo B Δ Γ æquiangulū est:
b 4.6. igitur est vt [b] E B ad B Δ, ita B Δ ad Γ B: igitur quod fit sub E B, Γ B hoc est quod sub E Γ, B Γ cū qua-
c 5.2. drato rectę [c] Γ B ęquale est [d] qua-
d 17.6. drato rectæ B Δ, hoc est quadrato simul vtriusq; B A Γ, etenim æqualis est Δ A ipsi Γ A: igitur quod sub E Γ, Γ B cum quadrato Γ B, hoc est quadratū simul vtriusq; B A Γ maius est, quam qua-



ΑΛΛΩΣ.

ΔΙήχθω ἡ Β Α, πρὸς τὸ Δ καὶ κείσθω τῇ Γ Α ἴση ἡ Α Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Δ Γ. Ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ Β Α Γ γωνία, καὶ ἔστιν αὐτῆς ἡμίσεια ἑκατέρα τῶν ὑπὸ Α Δ Γ, Α Γ Δ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ Δ Α Γ δοθεῖσά ἐστι, δέδοται ἄρα τὸ Α Γ Δ τρίγωνον τῷ εἴδει, λόγος ἄρα τῆς Α Γ πρὸς τὴν Γ Δ δοθείς. καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ Α Δ Γ, κατήχθω τῇ ἴση ἑκατέρα τῶν ὑπὸ Δ Ε Γ, Α Ζ Γ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ Β Δ Γ τῇ ὑπὸ Δ Ε Γ, κοινὴ δὲ ἡ ὑπὸ Δ Β Ε, τοῦ Δ Β Ε τριγώνου οὖσα καὶ τοῦ Δ Β Γ, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ Δ Ε Β λοιπῇ τῇ ὑπὸ Β Γ Δ, ἴση ἐστὶν, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ Β Δ Ε τρίγωνον τῷ Δ Β Γ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ε Β πρὸς τὴν Β Δ, οὕτως ἡ Δ Β πρὸς τὴν Γ Β, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Ε Β, Β Γ, τουτέστι τὸ ὑπὸ τῶν Ε Γ, Γ Β μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς Γ Β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς Δ Β, τουτέστι τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς Β Α Γ, ἴση γάρ ἐστιν ἡ Δ Α τῇ Γ Α τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Ε Γ, Β Γ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς Β Γ, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς συναμφοτέρου τῆς Β Α Γ, τοῦ ἀπὸ

τῆς Β Γ

τῆς ΒΓ ὑπερέχειν τῷ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΕ. λέγω οὖν ὅτι λόγος ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΕ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον δοθείς.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΔΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΔ, ὡς ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστὶν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔΕ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστὶν ἴση, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΕΓ τῇ ὑπὸ ΑΖΓ ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΑΖ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΓΕ ἐστὶν ἴση, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΓΖ τρίγωνον τῷ ΔΕΓ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΑΖ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ, καὶ ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ἡ ΓΑ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΓΕ, λόγος δὲ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΔ δοθείς, λόγος ἄρα τῆς ΑΖ πρὸς τὴν ΓΕ δοθείς. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Α ἐπὶ τὴν ΒΓ κάθετος ἡ ΑΗ, καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΖΓ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΖ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΑΖ δοθεῖσά ἐστι, δέδοται ἄρα τὸ ΑΗΖ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΑΖ πρὸς τὴν ΑΗ δοθείς, τῆς δὲ ΖΑ πρὸς τὴν ΓΕ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΑΗ ἄρα πρὸς τὴν ΓΕ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὥστε καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓ, ΒΕ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΗ, ΒΓ πρὸς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν

dratum rectæ BΓ, eo quod ſub BΓ, ΓE. Dico igitur quod eius quod fit ſub BΓ, ΓE ad triangulum ABΓ data ratio eſt.

Quandoquidem enim angulus BΔE, angulo BΓΔ æqualis eſt, angulus autem AΔΓ, angulo AΓΔ æqualis eſt, igitur reliquus ΓΔE reliquo AΓB æqualis eſt: eſt autē & angulus ΔEΓ angulo AZΓ æqualis: igitur reliquus ΓAZ reliquo ΔΓE æqualis eſt: igitur triangulum AZΓ triangulo ΔEΓ æquiangulū eſt: igitur eſt vt ΓA ad AZ, ita ΔΓ ad ΓE: igitur alternatim vt ΓA ad ΓΔ, ita AZ ad ΓE: eſt autem ipſius AΓ ad ΓΔ data ratio: igitur ipſius AZ ad ΓE data ratio eſt. Agatur à puncto A ad rectā BΓ perpendicularis AH. Quandoquidem angulus AZΓ datus eſt, angulus autem AHZ datus eſt: igitur reliquus HAZ datus eſt. Igitur triangulum AHZ ſpecie datū eſt: igitur ratio AZ ad AH data eſt. Ipſius autē [a] ZA ad ΓE data ratio eſt: igitur ratio ipſius AH ad ΓE data eſt: ideoque eius quod ſub AH, BΓ ad [b] id quod ſub BΓ, ΓE data ratio eſt: eius autem quod ſub * AH, BΓ ad triangulum ABΓ data ratio eſt: & eſt id quod ſub BΓ, ΓE illud ſpatium, quo maius eſt qua-

a 8.
b 1.6.
* quia dupla
41.1.

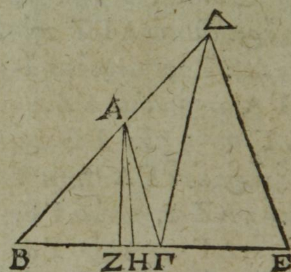
BΓ, ΓE πρὸς τὸ ABΓ τρίγωνον λόγος

dratum ſimul vtriuſque B A Γ, quam quadratum rectæ BΓ: igitur illud ſpatium, quo maius eſt quadratũ ſimul vtriuſque BAΓ quam quadratum rectæ B Γ ad triangulum ABΓ habet rationem datam.

ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΕ ᾧ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ. ᾧ ἄρα μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ, ἐκεῖνο τὸ χωρίον πρὸς τὸ Α Β Γ τρίγωνον λόγον ἔχει δεδομένον.

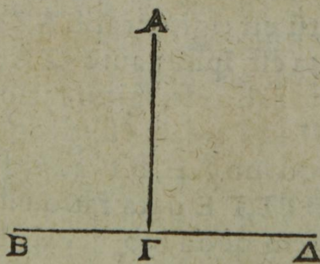
VETVS SCHOLIASTES.

† *Angulo autem* AΔΓ, *æqualem angulum* ΔEB *deducemus à puncto* Δ, *aliâ ratione quàm Apollonius fecerit.*



Quandoquidem enim angulus AΔΓ, *angulo* AΓΔ *æqualis eſt, angulus* BΓΔ *angulo* AΔΓ *maior erit. Iam ad datam rectam* BΔ *datúmque in eâ punctum* Δ *angulo* BΓΔ *ponatur æqualis angulus* BΔE, & *producantur rectæ* B Γ, EΔ *quouſque ſe ſecent: Quandoquidem angulus* ΔBΓ *communis eſt, angulus autem* BΓΔ *angulo* BΔE *æqualis eſt, igitur reliquus angulus* ΔEB *reliquo* AΔΓ *æqualis eſt.*

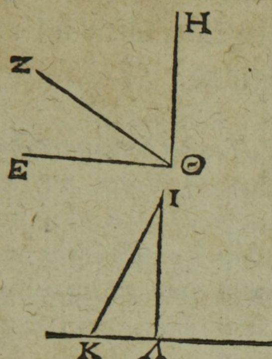
Porro docebimus quomodo poſſumus vniuerſaliter à dato puncto putà A, *in datam poſitione rectam lineam* BΔ *deducere rectam lineam, in angulo qui ſit æqualis angulo dato.*



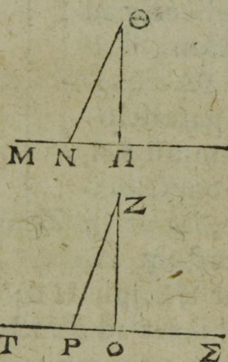
Angulus enim datus, aut rectus eſt, aut acutus, aut obtuſus. Siquidem rectus eſt manifeſtum eſt, quod à puncto A *ad rectam* BΔ *acta perpendicularis facit angulum* AΓΔ *angulo dato æqualem.*

Sed eſto iam angulus ZΘE *acutus* & *datũ punctũ* I, *excitetúrque à pũcto* Θ *ipſi* EΘ *ad angulos rectos* ΘH, *à puncto autem* I *cadat in rectam* KA

perpendicularis Ι Λ, *&* *ad datam rectam* Ι Λ *datúmq; in eâ punctum* Ι *angulo* ΖΘΗ *ponatur æqualis angulus* ΚΙΛ, *&* *producta recta* ΙΚ *occurrat rectæ* ΚΛ: *Dico angulum* ΙΚΛ *angulo* ΖΘΕ *æqualem esse. Quandoquidem enim angulus* ΙΛΚ *rectus est, reliqui duo anguli vni recto, ac proinde angulo* ΕΘΗ *æquales sunt: Angulus autem* ΚΙΛ *angulo* ΖΘΗ *æqualis positus est, igitur reliquus* Ζ Θ Ε *reliquo* Ι Κ Λ *æqualis est.*



Esto deniq, datus angulus ΜΝΘ *obtusus, & datũ punctũ* Ζ, *& producta* ΜΝ *ad punctũ* Π, *agatur à puncto* Θ *perpẽdicularis* ΘΠ: *deinde à pũcto* Ζ *in rectam* ΡΣ *cadat perpendicularis* ΖΟ *& ad datũ in eâ punctum* Ζ, *angulo* ΝΘΠ *æqualis ponatur* ΡΖΟ. *Quandoquidem igitur angulus* ΡΟΖ *angulo* ΜΠΘ *æqualis est, quia vterq; rectus est, & angulus* ΡΖΟ *angulo* ΝΘΠ, *igitur reliquus* ΘΝΠ *reliquo* ΖΡΟ *æqualis est: iam cum anguli* ΜΝΘ, ΘΝΠ *duobus angulis* ΖΡΤ, ΖΡΟ *æquales sint, quia vtriq; duobus rectis æquales sunt: angulus autem* ΖΡΟ *angulo* ΘΝΠ *æqualis: igitur reliquus* ΖΡΤ *reliquo* ΘΝΜ *æqualis est. Igitur à dato puncto ad datam positione rectam deducta est recta, quæ facit angulum, angulo dato æqualem.*



ΠΡΟΤΑΣΙΣ ξη.

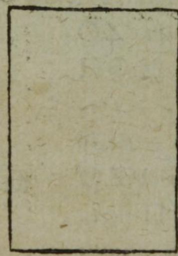
Ἐὰν δύο ἰσογώνια παραλληλόγραμμα λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ μία πλευρὰ πρὸς μίαν πλευρὰν λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ λοιπὴ πλευρὰ πρὸς τὴν λοιπὴν πλευρὰν λόγον ἕξει δεδομένον.

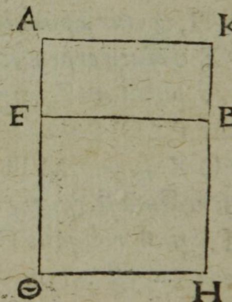
PROPOSITIO 68.

Si duo parallelogramma æquiangula habeant ad inui-

cem rationem datam, & vnum latus ad vnum latus habeat rationem datam, & reliquum latus ad reliquum latus habebit rationem datam.

ETenim duo æquiangula parallelogramma A B, Δ Γ habento ad inuicem rationem datam: habeat autem vnum latus ad vnum latus rationem datam, & esto ratio B E ad Z Δ data: Dico quod ipsius A E ad Z Γ data ratio est. Etenim applicetur ad rectam E B ipsi Γ Δ æquale parallelogrammū E H, & constituatur, ita vt in directum iaceat K B ipsi H B: igitur recta K B iacet ad directum ipsi H B: igitur ratio ipsius A B ad E H data est. Quandoquidem itaq;
a 14. 6. E H ipsi Γ Δ æquale est [a], igitur est, vt E B ad Z Δ, ita Γ Z ad E Θ: sed ratio ipsius E B ad Z Δ data est, igitur ipsius Γ Z ad E Θ data
b 1. 6. ratio est: ipsius autem [b] E Θ ad A E data ratio est: igitur & ipsius A E ad Γ Z data ratio est.





Δύο γὰρ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα τὰ Α Β, Γ Δ πρὸς ἄλληλα λόγον ἐχέτω δεδομένον· ἐχέτω δὲ καὶ μία πλευρὰ πρὸς μίαν πλευρὰν λόγον δεδομένον, καὶ ἔστω τῆς Β Ε πρὸς τὴν Ζ Δ λόγος δοθείς, λέγω ὅτι καὶ τῆς Α Ε πρὸς τὴν Ζ Γ λόγος ἐστὶ δοθείς.

Παραβεβλήσθω γὰρ παρὰ τὴν Ε Β τῷ Γ Δ ἴσον τὸ Ε Η, καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν Α Ε τῇ Ε Θ, ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ Κ Β τῇ Ε Η. ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τοῦ Α Β πρὸς τὸ Γ Δ δοθείς, ἴσον δὲ τὸ Γ Δ τῷ Ε Η, λόγος ἄρα τοῦ Α Β πρὸς τὸ Ε Η δοθείς· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ Ε Η τῷ Γ Δ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Ε Β πρὸς τὴν Ζ Δ, οὕτως ἡ Γ Ζ πρὸς τὴν Ε Θ, λόγος δὲ τῆς Ε Β πρὸς τὴν Ζ Δ δοθείς, καὶ τῆς Γ Ζ ἄρα πρὸς τὴν Ε Θ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τῆς Α Ε ἄρα πρὸς τὴν Γ Ζ λόγος ἐστὶ δοθείς.

ΑΛΛΩΣ.

Ἐκκείσθω δεδομένη εὐθεῖα ἡ Κ, καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τοῦ Α πρὸς τὸ Β δοθείς, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς Κ πρὸς τὴν Λ, λόγος δὲ τοῦ Α πρὸς τὸ Β δοθείς, λόγος ἄρα καὶ τῆς Κ πρὸς τὴν Λ δοθείς. δοθεῖσα δὲ ἡ Κ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ Λ. πάλιν ἐπεὶ λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς Κ πρὸς τὴν Μ, λόγος ἄρα καὶ τῆς Κ πρὸς τὴν Μ δοθείς, δοθεῖσα δὲ ἡ Κ, δοθεῖσα ἄρα ἡ Μ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ Λ δοθεῖσα, λόγος ἄρα τῆς Λ πρὸς τὴν Μ δοθείς, καὶ ἐπεὶ ἰσογώνιόν ἐστι τὸ Α τῷ Β, τὸ ἄρα Α πρὸς τὸ Β λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν, τουτέστιν ἔκ τε τοῦ λόγου ὃν ἔχει ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ, καὶ ἡ ΘΓ πρὸς τὴν ΕΗ. ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ Κ πρὸς τὴν Λ λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἔκ τε τοῦ λόγου ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς τὴν Μ, καὶ ἐκ τοῦ ὃν ἔχει ἡ Κ πρὸς τὴν Λ. ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ λόγου ὃν ἔχει ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΕΖ, καὶ ἡ ΘΓ πρὸς τὴν ΗΕ, ὁ αὐτός ἐστι

ALITER.

Exponatur data recta K: Quandoquidem itaque ratio ipsius A ad B data est, fiat eadem ipsius K ad Λ: est autem ipsius A ad B data ratio, igitur ipsius K ad Λ data ratio est. Data autem est K, igitur Λ data est. Rursus cum ratio ipsius ΓΔ ad EZ data sit: fiat eadem ipsius K ad M, igitur ratio ipsius K ad M data est. Data autem est K, igitur data est M: igitur ratio ipsius Λ ad M data est. Quandoquidem itaque æquiangulum est A ipsi B, igitur A ad B habet a rationẽ compositã ex lateribus hoc est & ex eâ ratione quam habet ΓΔ ad EZ, & eâ quam habet ΘΓ ad EH: *sed ipsa K ad Λ compositam habet rationem, ex eâ ratione quam habet K ad M, & M ad Λ. Igitur composita ratio, & ex ratione quam habet ΓΔ ad EZ & ΘΓ ad HE, eadem est cum

a 23. 6.

* *Quia nempe ratio alicuius magnitudinis ad aliã aliquam componitur & ex eâ ratione quam habet illa magnitudo ad aliam quamlibet, & ex eâ quam illa quælibet alia habet ad propositam magnitudinem ut ostendit Eutocius ad 11. 1. Conicor. Apollonij, & ad 4. libri 2. Archimedis de Sphærâ & Cylindro.*

ratione ipsius K ad M, & ipsius K ad Λ. Igitur reliqua ratio ipsius ΘΓ ad HE eadem est cum ratione ipsius M ad K: ipsius autẽ M ad K data ratio est: igitur ratio ipsius ΘΓ ad HE data est.

τῷ τῆς K πρὸς τὴν M, καὶ τοῦ K πρὸς τὴν Λ λόγῳ. λοιπὸς ἄρα ὁ τῆς ΘΓ πρὸς τὴν HE λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς M πρὸς τὴν K, τῆς δὲ M πρὸς τὴν B λόγος ἐστὶ δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς ΘΓ πρὸς τὴν EH δοθείς.

VETVS SCHOLIASTES.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, assumatúrque quælibet alia recta linea, alterutra expositarum linearum ad alteram, rationem habet compositam, ex eâ, quam habet, altera expositarum, ad assumptam vtcumque lineam, & assumpta ad alteram expositarum linearum.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ξθ.

Ἐὰν δύο παραλληλόγραμμα δεδομένας ἔχει γωνίας, καὶ λόγον πρὸς ἄλληλα δεδομένον, καὶ μία πλευρὰ πρὸς μίαν πλευρὰν λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ ἡ λοιπὴ πλευρὰ πρὸς τὴν λοιπὴν πλευρὰν λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 69.

Si duo parallelogramma datum angulum habeant, & ad inuicem rationem datam, habeat autem & vnum latus ad vnum latus rationem datam, & reliquum latus ad reliquum latus habebit rationem datam.

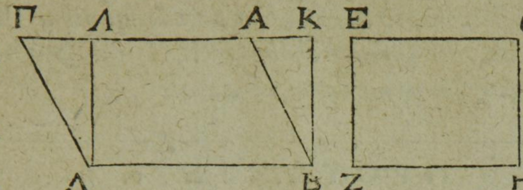
ETenim duo parallelogramma ΓB, HE habentia datos angulos ad puncta Δ, Z habento adinuicem rationem datam: esto autem ipsius ΔB ad ZH data ratio: Dico quod ipsius AB ad EZ data ratio est.

Siquidem igitur ΓB ipsi HE æquiangulũ est, a manifestũ est. a 68.

Δύο γὰρ παραλληλόγραμματα AB, HE δεδομένας ἔχοντα γωνίας, τὰς πρὸς τοῖς Δ, Z πρὸς ἄλληλα λόγον ἐχέτω δεδομένον, λόγος δὲ ἔστω τῆς ΔB πρὸς τὴν ZH δοθείς. λέγω ὅτι καὶ τοῦ AB πρὸς τὴν EZ λόγος ἐστὶ δοθείς.

Εἰ μὲν οὖν ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΓB τῷ EH φανερόν.

Εἰ δὲ οὔ, συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΒ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β, τῇ ὑπὸ ΕΖΗ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΒΚ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΔΛ παραλληλόγραμμον. καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΔΒΚ, ΒΑΚ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΚΒ ἐστὶ δοθεῖσα, δέδοται ἄρα τὸ ΑΚΒ τρίγωνον τῷ εἴδει. λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΚ δοθείς. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τοῦ ΔΚ πρὸς τὸ ΗΕ δοθείς, ὑπόκειται γάρ, καὶ ἔστιν ἴσον τὸ ΒΓ τῷ ΔΚ, λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΔΚ πρὸς τὸ ΗΕ δοθείς. ἐπειδὴ γὰρ ἰσογώνιόν ἐστι τὸ ΔΚ τῷ ΗΕ, καὶ λόγος ἐστὶ τοῦ ΔΚ πρὸς τὸ ΗΕ δοθείς, καὶ ἔστι τῆς ΔΒ πρὸς τὴν ΖΗ λόγος δοθείς, ὑπόκειται γάρ, λόγος ἄρα ἐστὶ καὶ τῆς ΒΚ πρὸς τὴν ΕΖ δοθείς, τῆς δὲ ΒΚ πρὸς τὴν ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΑΒ ἄρα πρὸς τὴν ΕΖ λόγος ἐστὶ δοθείς.



Sin autem minime, conſtituitor ad rectam ΔB, & ad datum in eâ pũctum B angulo EZH æqualis angulus ΔBK, & cõpleatur parallelogrammum Δ K. Quandoquidem igitur vterque † angulorum ΔBK, BAK datus eſt, igitur reliquus AKB datus eſt: igitur [a] triangulũ AKB ſpecie datum eſt, igitur ipſius AB ad a 40.
BK data ratio eſt: & quia ratio ipſius ΔK ad HE data eſt, ita enim b 1.
ſupponitur, & ęquale eſt BΓ [b] ipſi ΔK: igitur ratio ipſius ΔK ad HE data eſt. Cumque æquiangulum ſit ΔK ipſi HE, & ratio ipſius ΔK ad HE data ſit, nec non ip- c 68.
ſius ΔB ad [c] ZH data ratio ſit, ita enim ſupponitur: Igitur ratio ipſius BK ad EZ data eſt: eſt autem ipſius BK ad AB data ratio: igitur ipſius AB ad EZ data ratio eſt.

† Vnumquemque angulorum ΔBK, BAK datum eſſe ita oſtendemus. Quandoquidem parallelæ ſunt lineæ KΓ, ΔB, & in illas incidit recta KB, anguli AKB, ΔBK duobus rectis æquales ſunt: [d] itaque cum datus ſit d 29. 1.
angulus ΔBK, eo dempto ex ſummâ duorum rectorum reliquus angulus AKB datus erit: Rurſus cum parallelæ ſint KΓ, ΔB, & in illas incidat recta AB angulos [d] KAB, ABΔ æquales efficiet, ſed ex hypotheſi angulus ABΔ datus eſt, igitur angulus KAB datus eſt: igitur vterque angulorum KAB, BAK datus eſt.

VETVS SCHOLIASTES.

Generaliter enim si parallelogrammi vnus angulus datus fuerit, & reliqui anguli dati erunt. Etenim vno dato reliquus interior ad easdem partes datus erit, vt reliquus è duobus rectis. Igitur & reliqui dati sunt, quia & datis angulis opponuntur, & æquales sunt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ο.

Ἐὰν δυοῖν παραλληλογράμμων, περὶ ἴσας γωνίας, ἢ περὶ ἀνίσους, μὲν δεδομένας δὲ, αἱ πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι δεδομένον, καὶ αὐτὰ τὰ παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 70.

Si duorum parallelogrammorum circa æquales angulos, aut circa inæquales quidem, datos tamen, latera ad inuicem habeãt rationem datam, & ipsa parallelogramma habebunt ad inuicem rationem datam.

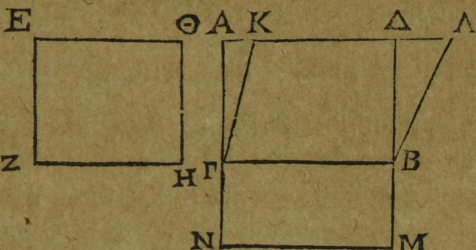
Etenim duorum parallelogrammorum AB, ZΘ circa æquales angulos ad puncta Z, Γ, aut circa inæquales quidem, datos tamen, habento latera ad inuicem rationem rationem datam, hoc est, esto ipsius quidem AΓ ad EZ data ratio: esto autem ipsius BΓ ad ZH data ratio: Dico quod ipsius ΓΔ ad ZΘ data ratio est. Etenim esto ΓΔ ipsi ZΘ æquiangulum, & applicetur ad rectam ΓB parallelogrammo ZΘ æquale parallelogrammum ΓM, & ponatur ita ita vt in directum sit AΓ ipsi ΓN,

Δυοῖν γὰρ παραλληλογράμμων τῶν AB, ZΘ, περὶ ἴσας γωνίας τὰς πρὸς τοῖς Z, Γ, ἢ περὶ ἀνίσους μὲν, δεδομένας δὲ, αἱ πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον, τουτέστι λόγος ἔστω τῆς μὲν AΓ πρὸς τὴν EZ δοθεὶς, τῆς δὲ BΓ πρὸς τὴν ZH λόγος ἔστω δοθεὶς, λέγω ὅτι καὶ τοῦ ΓΔ πρὸς τὸ ZΘ λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἔστω γὰρ ἰσογώνιον τὸ ZΘ τῷ ΓΔ, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΓB εὐθεῖαν παραλληλογράμμῳ ZΘ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓM, καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν AΓ τῇ ΓN.

ἔστιν

ἔστιν ἄρα ἐπ' εὐθείας ἡ ΑΓ τῇ ΓΝ, καὶ ἡ ΔΒ ἄρα ἐπ' εὐθείας ἐστὶ τῇ ΒΜ· ἐπεὶ οὖν ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΝ τῷ ΖΘ, ἔστι δὲ καὶ ἰσογώνιον, τῶν ΒΝ, ΘΖ ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΓΝ, λόγος δὲ τῆς ΓΒ πρὸς τὴν ΖΗ δοθείς, λόγος ἄρα τῆς ΕΖ πρὸς τὴν ΓΝ δοθείς, τῆς δὲ ΕΖ πρὸς τὴν ΑΓ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΝ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὥστε καὶ τοῦ ΓΔ πρὸς τὸ ΓΜ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἔστι δὲ τὸ ΓΜ τῷ ΖΘ ἴσον, λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΓΔ πρὸς τὸ ΖΘ δοθείς.

Μὴ ἔστω δὴ ἰσογώνιον τὸ ΑΒ τῷ ΕΗ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΓ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Γ, τῇ ὑπὸ ΕΖΗ ἴση γωνίᾳ ἡ ὑπὸ ΚΓΒ, καὶ συμπεπληρώσθω ΓΛ παραλληλόγραμμον. καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΚΓΒ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΚ δοθεῖσά ἐστι. δέδοται ἄρα τὸ ΑΓΚ τρίγωνον τῷ εἴδει, λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΚ δοθείς, τῆς δὲ ΑΓ πρὸς τὴν



igitur ΑΓ est in directū ipsi ΓΝ: igitur & ΔΒ ipsi ΒΜ est in directum. Quandoquidem itaque ΝΒ ipsi ΖΘ æquiangulum est, & æquale: igitur latera circa æquales angulos [a] reciprocè proportionalia sunt, igitur vt ΓΒ ad ΖΗ, ita ΖΕ ad ΓΝ: est autem ipsius ΓΒ ad ΖΗ data ratio, igitur ipsius ΕΖ ad ΓΝ data ratio est: ipsius autem ΕΖ ad ΑΓ data ratio est, igitur ipsius ΑΓ ad ΓΝ data ratio est: quamobrem [b] ipsius ΓΔ ad ΓΜ data ratio est: æquale autem est ΓΜ ipsi ΖΘ, igitur ipsius [c] ΓΔ ad ΖΘ data ratio est.

a 14. 6.
b 8.
c 8.

Iam autem non esto æquiangulum ΑΒ ipsi ΕΗ, & constituatur ad rectam ΒΓ, & datum in eâ punctum Γ angulo ΕΖΗ æqualis angulus ΚΓΒ, & compleatur parallelogrammum ΓΛ. Quandoquidem itaque angulus ΑΓΒ datus est, angulus autem ΚΓΒ datus est, igitur relquus ΑΓΚ datus est, igitur triangulum ΑΓΚ specie datum est: igitur ratio ipsius ΑΓ ad ΓΚ data est: ipsius autem ΑΓ ad

E Z data ratio eſt, igitur ipſius ΓK ad EZ data ratio eſt, ipſius autem ΓB ad ZH data ratio eſt, & æqualis eſt angulus KΓB angulo EZH: [a] igitur ratio [b] ipſius ΓΛ ad ZΘ data eſt.

a ex hypotheſi ideoque æquiangulũ eſt ΓΔ ipſi ZΘ.
b per primã partem huius propoſitionis.

EZ λόγος ἐστὶ δοθεὶς, καὶ τῆς ΓΚ ἄρα πρὸς τὴν EZ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἔστι δὲ καὶ τῆς ΓΒ πρὸς τὴν ZH λόγος δοθεὶς, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ὑπὸ τῶν ΚΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ EZH, λόγος ἄρα ἐστὶ τοῦ ΓΛ πρὸς τὴν ZΘ δοθείς.

VETVS SCHOLIASTES.

† *Quandoquidem* AΓ *ipſi* ΓN *eſt in directum, anguli* AΓB, BΓN *æquales ſunt duobus rectis. Iam cum* AΓ, ΔB *ſint parallelæ, quia parallelogrammum eſt* AB *anguli* AΓB, ΔBΓ *duobus rectis æquales erunt. Quamobrem dempto communi angulo* AΓB, *angulus* ΔBΓ *angulo* BΓN *æqualis eſt. Iam cum parallelæ ſint* ΓN, BM, *quia parollelogrammum eſt* ΓM, *anguli* NΓB, ΓBM *duobus rectis ac proinde duobus angulis* BΓA, BΓN *æquales erunt, quare dempto communi angulo* NΓB, *angulus* ΓBM *angulo* AΓB *æqualis erit. Iam cum angulus* NΓB *angulo* ΔBΓ *æqualis oſtenſus ſit, duo anguli* ΔBΓ, ΓBM *duobus angulis* AΓB, BΓN, *ac proinde duobus rectis æquales erunt. Iam cum ad rectam* ΓB, *ad punctum in ea* B *duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, eos qui deinceps ſunt angulos* ΓBΔ, ΓBM *duobus rectis æquales faciant, in directum erit linea* ΔB *lineæ* BM, *quod oſtendere oportebat.*

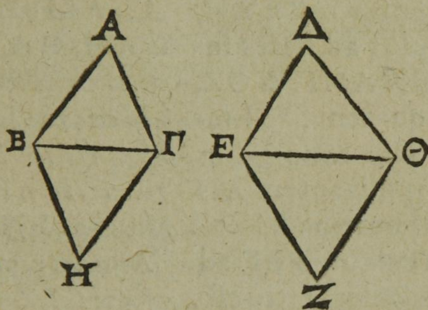
ΠΡΟΤΑΣΙΣ οα.

Ἐὰν δυοῖν τριγώνων περὶ ἴσας γωνίας, ἢ περὶ ἀνίσους μὲν, δεδομένας δὲ αἱ πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι δεδομένον, καὶ αὐτὰ τὰ τρίγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 71.

Si duorum triangulorum circa æquales angulos, aut circa inæquales quidem, datos tamen, latera ad inuicem habeant rationem datam, & ipſa triangula habebunt ad inuicem rationem datam.

Δύοιν γὰρ τριγώνων τῶν ΑΒΓ, ΔΕΘ περὶ ἴσας γωνίας, τὰς πρὸς τοῖς Α, Δ ἢ περὶ ἀνίσους, μὲν δεδομένας δὲ, αἱ πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἐχέτωσαν δεδομένον, καὶ ἔστω λόγος τῆς μὲν ΒΑ πρὸς τὴν ΕΔ δοθεὶς, τῆς δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΔΘ, λέγω ὅτι καὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὸ ΕΔΘ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. συμπεπληρώσθω γὰρ ΑΗ, ΔΖ παραλληλόγραμμα, ἐπεὶ οὖν δύο παραλληλογράμμων τῶν ΑΗ, ΔΖ περὶ ἴσας γωνίας, τὰς πρὸς τοῖς Α, Δ σημείοις, ἢ περὶ ἀνίσους μὲν δεδομένας δὲ αἱ πλευραὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχουσι δεδομένον, λόγος ἄρα τοῦ ΑΗ πρὸς τὸ ΔΖ δοθείς. καὶ ἔστι τοῦ μὲν ΑΗ ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον, τοῦ δὲ ΔΖ τὸ ΔΕΘ, λόγος ἄρα τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὸ ΔΕΘ τρίγωνον δοθείς.



Etenim duorum triangulorum A B Γ, Δ E Θ circa æquales angulos ad puncta A Δ, aut circa inæquales quidem, datos tamen, latera ad inuicem habento rationem datam. Esto autem ipsius quidem B A ad E Δ data ratio, ipsius autem A Γ ad Δ Θ data ratio: Dico quod trianguli A B Γ, ad triangulū m E Δ Θ data ratio est. Compleãtur enim parallelogrãma A H, Δ Z, quandoquidem igitur duorũ parallelogrãmorum A H, Δ Z circa æquales angulos ad puncta A, Δ, aut inæquales quidem, sed tamen datos, latera ad inuicem habent rationem datam: igitur ipsius A H [a] ad Δ Z data ratio est, & est ipsius quidem [b] A H dimidium, triangulũ A B Γ, ipsius autem Δ Z dimidium, triangulum Δ E Θ, igitur trianguli A B Γ ad [c] triangulum Δ E Θ data ratio est.

a 70.
b 34. 1.
c 15. 5.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ οβ.

Ἐὰν δυοῖν τριγώνων αἵ τε βάσεις ἐν δεδομένῳ λόγῳ ὦσι, καὶ αἱ ἐπ᾽ αὐτὰς ἠγμέναι ἀπὸ τῶν γωνιῶν, ἤτοι ἴσας γωνίας ποιοῦσαι, ἢ ἀνίσους μὲν, δεδομένας δε, τὰς πρὸς ταῖς βάσεσιν, λόγον ἔχωσι πρὸς ἀλλήλας δεδο-

μένον, καὶ αὐτὰ τὰ τρίγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον ἕξει δεδομένον.

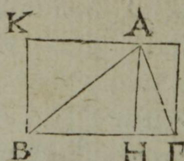
PROPOSITIO 72.

Si duorum triangulorum, & baſes fuerint in ratione datâ, & actæ ab angulis ad baſes quæ faciant angulos æquales, aut inæquales quidem, ſed tamen datos, habeant ad inuicem rationem datam, & ipſa triangula ad inuicem habebunt rationem datam.

Svnto duo triangula A B Γ, Δ Z E, & agantur rectæ A H, Θ Δ, quæ angulos ad baſes faciant, aut æquales A H Γ, Δ Θ Z, aut inæquales quidem, ſed tamen datos, & eſto ratio ipſius B Γ ad E Z data, ipſius autem A H ad Θ Δ eſto data ratio;

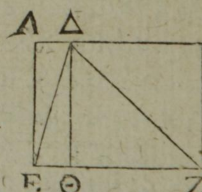
Dico quod trianguli A B Γ ad triangulum Δ E Z data ratio eſt.

Compleantur enim parallelogramma K Γ, Λ Z: quandoquidem igitur anguli A H Γ, Δ Θ Z aut æquales ſunt, aut
inæquales quidem, ſed tamen
a 29. 1. dati, angulus a autẽ A H Γ angu-
lo K B Γ eſt æqualis: nec non
angulus Δ Θ Z, angulo Λ E Z:
igitur ad puncta B, E angu-
li aut æquales ſunt, aut inæ-
b 340. 1 quales quidem, ſed tamen dati.
Quandoquidem autẽ ipſius A H
ad Δ Θ data ratio eſt, & eſt A H b
quidem ipſi K B, ipſa autem Δ Θ



Ἔστωσαν δύο τρίγωνα τὰ Α Β Γ, Δ Ε Ζ, καὶ ἤχθωσαν αἱ Α Η, Θ Δ, ἤτοι ἴσας γωνίας ποιοῦσαι τὰς ὑπὸ Α Η Γ, Δ Θ Ζ, ἢ ἀνίσους μὲν, δεδομένας δὲ, καὶ ἔστω λόγος τῆς μὲν Β Γ πρὸς Ε Ζ δοθεὶς, τῆς δὲ Α Η πρὸς τὴν Δ Θ λόγος ἔστω δοθείς,

Λέγω ὅτι καὶ τοῦ Α Β Γ τριγώνου πρὸς τὸ Δ Ε Ζ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς. συμπεπληρώσθω γὰρ τὰ Κ Γ, Λ Ζ παραλληλόγραμμα, καὶ ἐπεὶ αἱ ὑπὸ Α Η Γ, Δ Θ Ζ γωνίαι ἤτοι ἴσαι εἰσὶν, ἢ ἄνισοι μὲν, δεδομέναι δὲ, ἴση δὲ ἡ μὲν ὑπὸ Α Η Γ τῇ ὑπὸ Κ Β Γ, ἡ δὲ ὑπὸ Δ Θ Ζ τῇ ὑπὸ Λ Ε Ζ, καὶ αἱ πρὸς τοῖς Β, Ε ἄρα γωνίαι ἤτοι ἴσαι εἰσὶν, ἢ ἄνισοι μὲν, δεδομέναι δὲ, καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τῆς Α Η πρὸς τὴν Δ Θ δοθεὶς, ἴση δὲ ἡ μὲν Α Η τῇ Κ Β, ἡ δὲ Δ Θ τῇ



ΛΕ, λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΚΒ πρὸς τὴν ΛΕ δοθείς. ἔστι δὲ καὶ τῆς ΒΓ πρὸς τὴν ΕΖ λόγος δοθείς. καὶ ἐπεὶ αἱ πρὸς τοῖς Β, Ε σημείοις γωνίαι ἤτοι εἰσὶν ἴσαι, ἢ ἄνισοι μέν, δεδομέναι δέ, καὶ τοῦ ΓΚ ἄρα παραλληλογράμμου πρὸς τὸ ΛΖ παραλληλόγραμμον λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥστε καὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὸ ΔΕΖ τρίγωνον λόγος ἐστὶ δοθείς.

ipſi ΛΕ æqualis: igitur ratio ipſius ΚΒ ad ΛΕ data eſt. Ipſius autem ΒΓ, ad ΕΖ data ratio eſt, angulíque ad puncta Β, Ε, aut æquales ſunt aut inæquales quidem, ſed tamen dati. Igitur & parallelogrammi [a] ΓΚ ad parallelogrammũ ΛΖ data ratio eſt. a 70.
Quamobrem † trianguli Α Β Γ ad triangulum Α Ε Ζ data ratio eſt.

† Etenim parallelogrammum ΚΓ trianguli ΑΒΓ duplum eſt, & parallelogrammum ΛΖ trianguli ΔΕΖ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ογ.

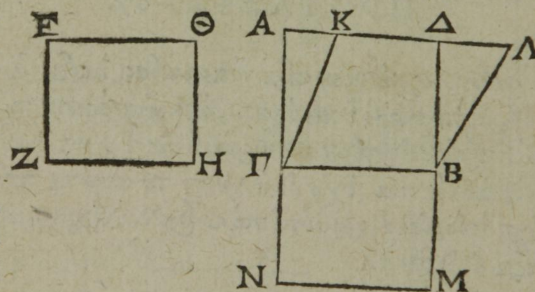
Ἐὰν δυοῖν παραλληλογράμμων περὶ ἴσας γωνίας, ἢ περὶ ἀνίσους μέν, δεδομένας δέ, αἱ πλευραὶ οὕτως ἔχωσιν, ὥστε εἶναι ὡς τὴν τοῦ πρώτου πλευρὰν, πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου πλευράν, οὕτως τὴν λοιπὴν τοῦ δευτέρου πλευρὰν, πρὸς ἄλλην τινα, ἔχῃ δὲ ἡ λοιπὴ τοῦ πρώτου πλευρὰ πρὸς αὐτὴν λόγον δεδομένον, καὶ αὐτὰ τὰ παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 73.

Si duorũ parallelogrammorum, circa æquales angulos, aut circa inæquales quidem, ſed tamen datos, latera ad inuicem ita habeant, vt ſit quemadmodum primi latus, ad ſecundi latus, ita reliquum ſecundi latus ad aliam aliquam rectam, habeat autem & reliquum primi latus ad eamdem rectam rationem datam, & ipſa parallelogramma habebunt ad inuicem rationem datam.

DVorum enim parallelogrammorum B A, E H, circa æquales angulos, aut inæquales quidē, sed tamen datos, ad pūcta Γ, Z latera, ad inuicē ita habēto, vt sit quemadmodū Γ B ad Z H, ita E Z ad aliā aliquā rectam Γ N. Esto autem ipsius A Γ ad Γ N data ratio: Dico quod parallelogrāmi A B, ad parallelogrammum E H data ratio est.

Esto enim parallelogrammū A B, æquiangulum ipsi E H: & ponatur N Γ, ita vt iaceat in directum ipsi A Γ, & compleatur parallelogrāmum Γ M.



Quandoquidem est, vt Γ B ad Z H, ita E Z ad Γ N alternatim erit, vt Γ B ad E Z, ita Z H ad Γ N: igitur quod sub Γ B, Γ N, æquale [a] est ei, quod sub E Z, Z H: igitur Γ M ipsi E H æquale est, & æquiangulum: igitur latera circa æquales angulos reciproce [b] proportionalia sunt: est igitur vt B Γ ad Z H, ita E Z ad Γ N: vt autem Γ B ad Z H, ita Z E ad eam, ad quam A Γ habet rationem datam: igitur

a 16. 6.
b 14. 6.

ΔΥοῖν γὰρ παραλληλογράμμων τῶν A B, E H, περὶ ἴσας γωνίας, ἢ περὶ ἀνίσους μὲν, δεδομένας δὲ, ταῖς πρὸς τοῖς, Γ, Z, αἱ πλευραὶ οὕτως ἐχέτωσαν πρὸς ἀλλήλας, ὥστε εἶναι ὡς τὴν Γ B πρὸς τὴν Z H, οὕτως τὴν E Z πρὸς τὴν Γ N, τῆς δὲ A Γ πρὸς τὴν Γ N λόγος ἔστω δοθεὶς, λέγω ὅτι καὶ τοῦ Γ Δ παραλληλογράμμου πρὸς τὸ E H παραλληλόγραμμον λόγος ἐστὶ δοθείς.

Ἔστω γὰρ πρότερον τὸ A B τῷ E H ἰσογώνιον, καὶ κείσθω ὥστε ἐπ᾽ εὐθείας εἶναι τὴν A Γ τῇ Γ N καὶ συμπεπληρώσθω τὸ Γ M παραλληλόγραμμον. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ Γ B πρὸς τὴν Z H, οὕτως ἡ E Z πρὸς Γ N, ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ἡ Γ B, πρὸς τὴν E Z οὕτως ἡ Z H πρὸς τὴν Γ N τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν B Γ, Γ N ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν E Z, Z H, τὸ Γ M ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ E H, ἔστι δὲ καὶ ἰσογώνιον, τῶν Γ M, E H ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ B Γ πρὸς τὴν Z H οὕτως ἡ E Z πρὸς τὴν Γ N, ὡς δὲ ἡ Γ B πρὸς τὴν Z H, οὕτως ἡ E Z πρὸς ἣν ἡ A Γ λόγον ἔχει δεδομένον. λόγος

ἄρα τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΝ δοθείς. ὥστε τοῦ ΑΒ πρὸς ΓΜ τουτέστι πρὸς τὸ ΕΗ λόγος ἐστὶ δοθείς.

Μὴ ἔστω δὴ ἰσογώνιον τὸ ΑΒ τῷ ΕΗ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΒΓ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Γ τῇ ὑπὸ ΕΖΗ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΒΓΚ καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΓΜ, καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΑΓΒ, ΚΓΒ, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΚ ἐστὶ δοθεῖσα. δέδοται δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΓΑΚ, δέδοται ἄρα τὸ ΑΓΚ τρίγωνον τῷ εἴδει, λόγος ἄρα τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΓΚ δοθείς. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ἣν ἡ ΑΓ λόγον ἔχει δεδομένον, τῆς δὲ ΑΓ πρὸς τὴν ΚΓ λόγος ἐστὶ δοθείς, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς ἣν ἡ ΚΓ λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ὑπὸ ΒΓΚ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΗ. γωνίᾳ, τοῦ ΓΜ ἄρα τουτέστι τοῦ ΑΒ πρὸς τὸ ΕΗ λόγος ἐστὶ δοθείς.

ratio [c] ipsius ΑΓ ad ΓΝ data est. Quamobrem ipsius ΑΒ ad [d] ΓΜ, hoc est ΕΗ data ratio est. c 56. d 70.

Iam non esto æquiangulum parallelogrammum Α Β, parallelogrammo ΕΗ, & constituatur ad rectam ΒΓ, & ad datum in eâ punctum Γ, angulo ΕΖΗ. æqualis angulus ΒΓΚ, & compleatur parallelogrammum ΓΛ. Quandoquidem datus est vterque angulorum ΑΓΚ, ΚΓΒ, igitur reliquus ΑΓΚ datus est: angulus autem ΓΑΚ datus est, igitur triangulum [e] ΑΓΚ specie datum est: igitur ratio ipsius ΑΓ ad ΓΚ data est. Cumque sit vt ΒΓ ad ΖΗ, ita ΖΕ ad eam ad quam ΑΓ habet rationem datã: ipsius autem ΑΓ ad ΚΓ data ratio sit, igitur est vt ΒΓ ad ΖΗ ita ΖΕ ad eam ad quam ΚΓ habet [f] rationem datam, & æqualis est [g] angulus ΒΓΚ angulo ΕΖΗ: [h] igitur ipsius ΓΜ hoc est ipsius ΑΒ ad ΕΗ data ratio est.

e 40. f ideoq; ipsius ΚΓ ad ΖΕ data ratio est. g ideoq; æquiangulũ est ΓΜ ipsi ΕΗ per Sch. 69. h 1 pars huius.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ οδ.

Ἐὰν δύο παραλληλόγραμμα λόγον ἔχῃ δεδομένον, ἤτοι ἐν ἴσαις γωνίαις, ἢ ἀνίσοις μὲν δεδομέναις δέ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ πρώτου πλευρά, πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου πλευράν, οὕτως ἡ ἑτέρα τοῦ δευτέρου πλευρά, πρὸς ἣν ἡ λοιπὴ τοῦ πρώτου πλευρὰ λόγον ἔχει δεδομένον.

PROPOSITIO 74.

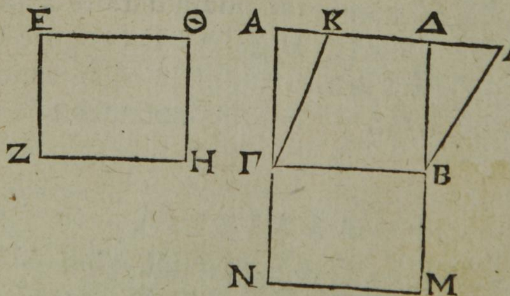
Si duo parallelogramma datam rationem habeant,

aut in æqualibus angulis, aut inæqualibus quidem, sed tamen datis, erit vt primi latus, ad secundi latus, ita alterum secundi latus, ad eam ad quam reliquum primi latus rationem habet datam.

DVo enim parallelogramma AB, EH, aut in æqualibus angulis puncta Z, Γ, aut inæqualibus quidem, sed tamen datis, habento ad inuicem rationem datam: Dico quod est vt ΓB ad ZH, ita EZ ad eam quã habet AΓ rationem datam.

Etenim AB ipsi EH, aut æquiangulum est, aut non. Esto primũ æquiangulũ, & applicetur ad rectam BΓ ipsi EH æquale parallelogrammũ ΓM, & ponatur ita vt in directũ iaceat AΓ ipsi ΓN, igitur est in directũ recta AΓ rectæ ΓN nec nõ a recta ΔB rectæ BM. Cumq; ratio ipsius AB ad EH data sit: sit autem EH æquale ipsi ΓM: igitur ipsi⁹ AB ad ΓM data ratio est: quamobrẽ ipsius AΓ ad ΓN data ratio est: cumq; ΓM ipsi HE æquale sit, & æquiangulum, igitur ipsorum ΓM, EH circa æquales angulos latera reci-

a Schol. vet. pr. 69.



ΑΥο γὰρ παραλληλόγραμμα τὰ AB, EH πρὸς ἄλληλα λόγον ἐχέτω δεδομένον, ἤτοι ἐν ἴσαις γωνίαις ἢ ἐν ἀνίσοις μὲν, δεδομέναις δὲ, ταῖς πρὸς τοῖς Z, Γ, λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ BΓ πρὸς τὴν ΓH, οὕτως ἡ EZ πρὸς ἣν ἡ AΓ λόγον ἔχει δεδομένον.

Τὸ γὰρ AB τῷ EH ἤτοι ἰσογώνιόν ἐστιν, ἢ οὔ. Ἔστω πρότερον ἰσογώνιον, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΓB εὐθεῖαν, τῷ EH παραλληλογράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΓM, καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν AΓ τῇ ΓN, ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ AΓ τῇ ΓN καὶ ἡ ΔB τῇ BM, καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τοῦ AB πρὸς τὸ EH δοθείς. τοῦ AB ἄρα πρὸς τὸ ΓM λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥστε καὶ τῆς AΓ πρὸς τὴν ΓK λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ ΓM τῷ EH, ἔστι δὲ καὶ ἰσογώνιον, τῶν ΓM, EH ἄρα ἀντιπεπόνθασιν αἱ

πλευραὶ

πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς τὴν ΓΝ, τῆς δὲ ΓΝ πρὸς τὴν ΑΓ λόγος ἐστὶ δοθείς, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ἣν ἡ ΑΓ λόγον ἔχει δεδομένον.

Μὴ ἔστω δὴ ἰσογώνιον τὸ ΑΒ τῷ ΕΗ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΓΒ εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Γ, τῇ ὑπὸ ΕΖΗ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΚΒΓ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ παραλληλόγραμμον ΓΜ. ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ τοῦ ΓΛ πρὸς τὸ ΕΗ δοθείς, ἴσον δὲ τὸ ΓΔ τῷ ΓΛ, λόγος ἄρα ἐστὶ τοῦ ΓΛ πρὸς τὸ ΕΗ δοθείς, καὶ ἔστιν ἴση ἡ ὑπὸ ΚΓΒ τῇ ὑπὸ ΕΖΗ, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΓΛ τῷ ΕΗ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΖΗ, οὕτως ἡ ΕΖ πρὸς ἣν ἡ ΓΑ λόγον ἔχει δεδομένον. τῆς δὲ ΓΑ πρὸς τὴν ΓΛ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΖΗ οὕτως ἡ ΕΖ, ἣν ἡ ΑΓ λόγον ἔχει δεδομένον.

procè proportionalia sunt, est igitur vt ΓΒ ad ΖΗ, ita ΕΖ ad ΓΝ, ipsius autem ΓΝ ad ΑΓ data ratio est: igitur est vt ΓΒ ad ΖΗ, ita ΕΖ ad eam ad quam ΑΓ rationem datam.

Iam non esto ΑΒ ipsi ΕΗ æquiangulum, & constituatur ad rectam ΓΒ, & datum in eâ punctum Γ, angulo ΕΖΗ æqualis angulus ΚΓΒ, & compleatur parallelogrãmum ΓΛ: cum igitur ratio ipsius ΓΔ ad ΕΗ data * sit, æquale autem sit ΓΔ ipsi ΓΛ, igitur ipsius ΓΛ ad ΕΗ data ratio est: & æqualis est angulus ΚΓΒ angulo ΕΖΗ: ideoque æquiangulũ est * ΓΛ ipsi ΕΗ: igitur est vt ΓΒ ad ΖΗ, ita ΕΖ ad eam ad quam recta ΑΓ a habet rationem datam: ipsius autem ΓΑ * ad ΓΛ data ratio est: igitur est vt ΓΒ ad ΖΗ, ita ΕΖ ad eam ad quam recta ΑΓ habet rationem datam.

* vt ostensum est à veteri Scholiaste in scholio ad propositionẽ 69.

a 56.

* Per primam partem propositionis huius.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ οε.

Ἐὰν δύο τρίγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ δεδομένον, ἤτοι ἐν ἴσαις γωνίαις, ἢ ἐν ἀνίσοις μὲν δεδομέναις δὲ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ πρώτου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ δευτέρου πλευρὰν, οὕτως ἡ ἑτέρα τοῦ δευτέρου πλευρὰ πρὸς ἣν ἡ λοιπὴ τοῦ πρώτου πλευρὰ λόγον ἔχει δεδομένον.

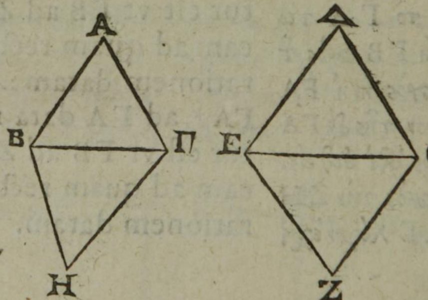
PROPOSITIO 75.

Si duo triangula ad inuicem habeant rationem datam, aut in angulis æqualibus, aut inæqualibus quidem, sed tamen datis, erit vt primi latus ad secundi latus, ita alterum secundi latus, ad eam rectam ad quam reliquum primi latus habet rationem datam.

SVnto duo triangula ABΓ, ΔEZ, quæ ad inuicem habeant rationem datam, & sunto ad puncta A, Δ anguli æquales, aut inæquales quidẽ, sed tamen dati: Dico quod est, vt AB ad ΔE, ita ΔΘ, ad eam ad quam recta AΓ habet rationem datam.

Compleantur enim parallelogrãma AH, ΔZ. Quandoquidem trianguli ABΓ, ad ΔEZ data ratio est, igitur parallelogrãmi AH ad parallelogramũ ΔZ data ratio est: cum igitur duo parallelogramma AH, ΔZ habeant ad inuicem rationẽ datam, aut in angulis æqualibus, aut inæqualibus quidem, sed tamen datis, igitur est, vt AB [a] ad ΔE, ita ΔΘ ad eam ad quam habet recta AΓ rationẽ datam.

a 71.



ΕΣτω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα δεδομένον, καὶ ἔστωσαν αἱ πρὸς τοῖς Α, Δ γωνίαι ἤτοι ἴσαι, ἤτοι ἄνισοι, μὲν δεδομέναι δὲ, Λέγω ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ἣν ἡ ΑΓ λόγον ἔχει δεδομένον.

Συμπεπληρώσθω γὰρ τὰ ΑΗ, ΔΖ παραλληλόγραμμα καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὸ ΔΕΖ δοθεὶς, λόγος ἄρα καὶ τοῦ ΑΗ παραλληλογράμμου πρὸς τὸ ΔΖ παραλληλόγραμμον δοθείς. ἐπεὶ οὖν δύο παραλληλόγραμμά ἐστι πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα δεδομένον, ἤτοι ἐν ἴσαις γωνίαις, ἢ ἐν ἀνίσοις μὲν, δεδομέναις δὲ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΔΕ οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς ἣν ἡ ΑΓ λόγον ἔχει δεδομένον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ οϛ.

Ἐὰν τριγώνου δεδομένου τῷ εἴδει ἀπὸ τῆς κορυφῆς, ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, ἡ ἀχθεῖσα πρὸς τὴν βάσιν λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 76.

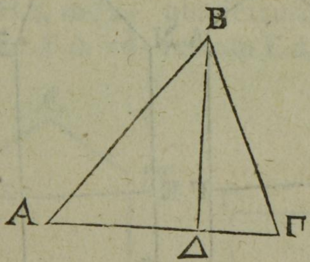
Si à trianguli dati ſpecie vertice linea, perpendicularis agatur ad baſim, acta linea ad baſim habebit rationem datam.

Ἔστω τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει τὸ ΑΒΓ, καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β ἐπὶ τὴν ΑΓ κάθετος ἡ ΒΔ, λέγω ὅτι λόγος ἐστὶ τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΑΓ δοθείς.

Ἐπεὶ οὖν δέδοται τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΑ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΔ δοθεῖσά ἐστι, δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ εἴδει, λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΒΑ πρὸς τὴν ΑΒ δοθείς, ἐστὶ δὲ καὶ τῆς ΑΓ πρὸς τὴν ΒΑ λόγος δοθείς, καὶ τῆς ΒΔ ἄρα πρὸς τὴν ΑΓ λόγος ἐστὶ δοθείς.

Eſto triangulum ΑΒΓ ſpecie datum, & agatur à puncto Β in baſim ΓΑ perpendicularis ΒΔ: Dico quod ipſius ΒΔ ad ΑΓ data ratio eſt.

Quandoquidem enim datur triangulum ΑΒΓ ſpecie, igitur angulus ΒΑΔ datus eſt: angulus autem ΒΔΑ datus eſt, igitur reliquus ΒΑΔ datus eſt: igitur triangulum ΑΒΔ ſpecie datum eſt: igitur ratio ipſius ΒΑ ad ΒΔ data eſt: eſt autem ipſius ΑΒ ad ΑΓ data ratio, igitur ipſius ΒΔ ad ΑΓ data ratio eſt.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ οζ.

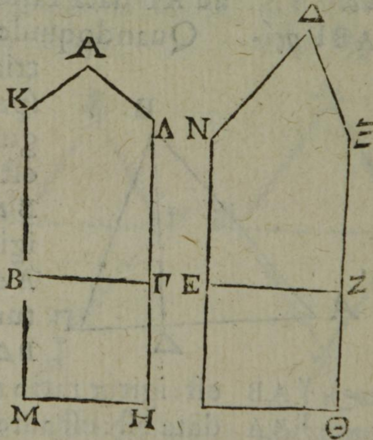
Ἐὰν δύο εἴδη δεδομένα τῷ εἴδει, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ μία πλευρὰ ὁποιαοῦν ἑνὸς τῶν εἰδῶν, πρὸς ὁποιανοῦν τοῦ ἑτέρου, λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 77.

Si datæ duæ figuræ specie ad inuicem habeant rationem datam, & quodlibet latus vnius harum figurarum, ad quodlibet latus alteriùs habebit rationem datam.

Etenim duæ figuræ A B Γ, Δ E Z specie datæ, ad inuicem habento rationem datam: Dico quod vnum latus, quodcunque sit ipsius A B Γ, ad vnum latus quodcunq; sit ipsius Δ E Z rationem habet datam.

Describantur enim à rectis B Γ, E Z quadrata B H, E Θ. Quandoquidē ab eâdem rectâ B Γ duæ quælibet figuræ specie datę descriptæ sunt A B Γ, B H, igitur ra-
a 49. tio ipsius a A B Γ ad B H data est: Ideoque ipsius Δ E Z ad E Θ data ratio est. Quandoquidem igitur ratio ipsius A B Γ, ad Δ E Z data est, & insuper ipsius A B Γ quidem ad B H,
b 8. ipsius autem Δ E Z ad E Θ data b ratio est, igitur & ipsius B H ad E Θ data ratio est. Quare & ipsius B Γ ad E Z data ratio est.



Δύο γὰρ εἴδη τὰ Α Β Γ, Δ Ε Ζ δεδομένα τῷ εἴδει, πρὸς ἄλληλα λόγον ἐχέτω δεδομένον, λέγω ὅτι καὶ μία πλευρὰ ὁποιαοῦν τοῦ Α Β Γ πρὸς μίαν πλευρὰν ὁποίαν οὖν τοῦ Δ Ε Ζ λόγον ἕξει δεδομένον.

Αναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῶν Β Γ, Ε Ζ τετράγωνα τὰ Β Η, Ε Θ καὶ ἐπεὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς Β Γ δύο εἴδη ἀναγέγραπται, ἃ ἔτυχεν δεδομένα τῷ εἴδει τὰ Α Β Γ, Β Η, λόγος ἄρα τοῦ Α Β Γ πρὸς τὸ Β Η δοθείς, διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῦ Δ Ε Ζ πρὸς τὸ Ε Θ λόγος ἐστὶ δοθείς, ἀλλὰ τοῦ μὲν Α Β Γ πρὸς τὸ Β Η λόγος ἐστὶ δοθείς, τοῦ δὲ Δ Ε Ζ πρὸς τὸ Ε Θ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τοῦ Β Η ἄρα πρὸς τὸ Ε Θ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὥστε καὶ τῆς Β Γ πρὸς τὴν Ε Ζ λόγος ἐστὶ δοθείς.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ οη.

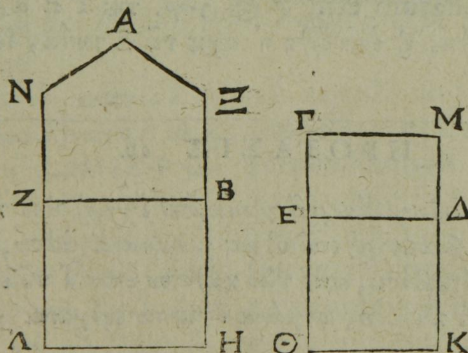
Ἐὰν δοθὲν εἶδος πρὸς τι ὀρθογώνιον λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ μία πλευρὰ πρὸς μίαν πλευρὰν λόγον ἔχῃ δοθέντα, δέδοται τὸ ὀρθογώνιον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 78.

Si data figura habeat ad aliquod rectangulum rationẽ datam, habeat autem & vnum latus ad vnum latus rationem datam, rectangulum ſpecie datum eſt.

Δοθὲν γὰρ εἶδος τὸ ΑΖΒ πρός τι ὀρθογώνιον τὸ ΓΔ λόγον ἐχέτω δεδομένον, καὶ ἔστω λόγος τῆς ΖΒ πρὸς τὴν ΕΔ δοθείς, λέγω ὅτι δέδοται τὸ ΓΔ τῷ εἴδει.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ τῆς ΖΒ τετράγωνον τὸ ΖΗ, καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΕΔ τῷ ΖΗ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΕΚ, καὶ κείσθω ὥστ' ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΓΕ τῇ ΕΘ· ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΕ τῇ ΕΘ, ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΜΔ τῇ ΔΚ. καὶ ἐπεὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΖΒ δύο εὐθύγραμμα ἃ ἔτυχεν δεδομένα τῷ εἴδει ἀναγέγραπται, τὰ ΑΖΒ, ΖΗ λόγος ἄρα ἐστὶ τοῦ ΑΖΒ πρὸς τὸ ΖΗ δοθείς,



Etenim data figura AZB, ad aliquod rectangulum ΓΔ habeto rationem datam, & eſto ipſius BZ ad EΔ data ratio: Dico quod ΓΔ ſpecie datum eſt.

Deſcribitor enim à rectâ ZB, quadratum ZH, & applicetur ad rectam EΔ, ipſi ZH æquale parallelogrammum EK, & ponatur ita vt iaceat in directum ΓE ipſi EΘ: igitur eſt in directũ EΓ ipſi EΘ: igitur in directum eſt, & MΔ ipſi ΔK. Cumque ab eâdem rectâ ZB duo rectilinea quælibet AZB, ZH data ſpecie deſcripta ſint: igitur

ratio ipsius AZB ad ZH data est: ipsius autem AZB ad ΓΔ data ratio est: igitur & ipsius ZH ad ΓΔ data ratio est: sed & ipsum ZH ipsi EK æquale est, & æquiangulũ, quippe rectangulũ: est igitur eorũ latera reciproce proportionalia sunt, & est vt ZB ad EΔ, ita EΘ ad ZΛ: ipsius autem ZB ad EΔ data ratio supponitur: igitur & ipsius EΔ ad ZΛ data ratio est: est autem & ipsius EΘ ad ΓE data ratio: Igitur & ipsius ΓE ad ΛZ data ratio est. Æqualis autem est ZΛ ipsi ZB, est enim ZH quadratum, igitur ipsius ΛZ ad EΔ data ratio est, ita enim supponitur. Igitur & ipsius ΓE ad EΔ data ratio est. Et est angulus ad E rectus: igitur ΓΔ specie datum est.

τοῦ δὲ AZB πρὸς τὸ ZH λόγος ἐστὶ δοθείς, τοῦ δὲ AZB πρὸς τὸ ΓΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τοῦ ZH ἄρα πρὸς τὸ ΓΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἀλλὰ τὸ ZH τῷ EK ἐστὶν ἴσον, καὶ τοῦ ΓΔ ἄρα πρὸς EK λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ καὶ ἰσογώνιον τὸ ZH τῷ EK, ἐστὶ γὰρ καὶ ὀρθογώνιον ἀντιπεπόνθασιν ἄρα αὐτῶν αἱ πλευραί, καὶ ἔστιν ὡς ἡ ZB πρὸς τὴν EΔ οὕτως ἡ EΘ πρὸς τὴν ZΛ, λόγος δὲ ὑπόκειται τῆς ZB πρὸς τὴν EΔ δοθείς. λόγος ἄρα καὶ τῆς EΔ πρὸς τὴν ZΛ δοθείς, τῆς δὲ EΘ πρὸς ΓE λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τῆς ΓE ἄρα πρὸς τὴν ZΛ λόγος δοθείς, ἴση δὲ ἡ ZΛ τῇ ZB, τετράγωνον γάρ ἐστι, τῆς ΛZ ἄρα πρὸς τὴν EΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὑπόκειται γάρ. τῆς ΓE ἄρα πρὸς τὴν EΔ λόγος ἐστὶ δοθείς καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ πρὸς τῷ E γωνία, δέδοται ἄρα τὸ ΓΔ τῷ εἴδει.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ οθ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, καὶ ἀπὸ τῶν ἴσων γωνιῶν ἐπὶ τὰς βάσεις κάθετοι εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν, ᾖ δὲ ὡς ἡ τοῦ πρώτου τριγώνου βάσις, πρὸς τὴν κάθετον, οὕτως ἡ τοῦ ἑτέρου τριγώνου βάσις, πρὸς τὴν κάθετον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα.

PROPOSITIO 79.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem habeant, ab æqualibus autem angulis, ad bases perpendiculares agantur, sitque vt primi trianguli ba-

sis ad perpendicularem, ita & alterius trianguli basis ad perpendicularem, illa triangula æquiangula sunt.

ΕΣτω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΘΖΗ ἴσας ἔχοντα γωνίας τὰς πρὸς τοῖς Ζ, Β, καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Ζ, Β κάθετοι αἱ ΒΔ, ΖΚ, ἔστω δὲ ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΚΖ, λέγω ὅτι ἰσογώνιόν ἐστι τρίγωνον ΑΒΓ τῷ ΘΖΗ τριγώνῳ.

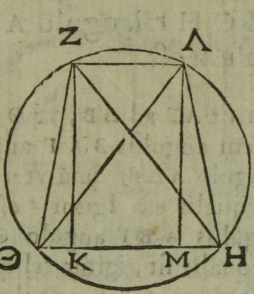
Περιγεγράφθω γὰρ περὶ τὸ ΖΘΗ τρίγωνον κύκλος, οὗ τμῆμα ἔστω ΖΘΗ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΘΗ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Θ, τῇ ὑπὸ ΓΑΒ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΗΘΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΛ, ΛΗ, καὶ ἤχθω κάθετος ἡ ΛΜ, καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΖΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΘΛΗ, ἐν γὰρ τῷ αὐτῷ εἰσι τμήματι τοῦ κύκλου, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΛΘΗ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΛΗΘ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ ἐστὶν ἴση. ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΛΘΗ τριγώνῳ, καὶ κάθετοι ἠγμέναι εἰσὶν αἱ ΒΔ, ΛΜ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς τὴν ΛΜ, ἦν δὲ

SVnto triangula ΑΒΓ, ΘΖΗ æquales habentia angulos ad puncta Z, B, & agantur à punctis Z B, perpẽdiculares ΒΔ, ΖΚ: esto autem vt ΑΓ ad ΒΔ, ita ΘΗ ad ΚΖ: Dico quod triangulum ΑΒΓ, triangulo ΘΖΗ æquiangulum est.

Circumscribitor [a] enim circulus triangulo Ζ Θ Η, cuius segmẽtum esto Θ ΖΗ, & constituitor ad rectam Θ Η, & datum in ea punctum Θ, angulo ΓΑΒ æqualis angulus Η Θ Λ. Et connectantur ΖΛ, ΛΗ, & agatur perpendicularis ΛΜ. Cum itaque æqualis sit angulus ΗΖΘ, angulo Η Λ Η, in eodem [b] siquidem segmento circuli consistunt, angulus autem ΛΗ Θ, angulo ΒΑΓ æqualis, igitur reliquus angulus ΛΗ Θ, reliquo angulo ΒΓΑ æqualis est. Igitur triangulũ ΑΒΓ triangulo Θ ΛΗ simile est, & ductę sunt perpẽdiculares ΒΔ, ΛΜ: igitur † est vt ΑΓ ad ΒΔ, ita ΘΗ

a 5. 4

b 21. 3.



ad ΛM: sed iam erat vt AΓ ad BΔ, ita ΘH * ad ZK, igitur æqualis est *a* ZK ipsi ΛM: est autem ZK parallela *b* ipsi ΛM, igitur parallela est *c* ZΛ ipsi ΘH: igitur angulus ZΛΘ angulo *d* ΛΘH æqualis est: sed angulus BAΓ angulo ΛΘH, angulus autem ZΛΘ angulo ZHΘ æqualis est: igitur & angulus BAΓ angulo ZHΘ æqualis est. Angulus autem ABΓ angulo ΘZH æqualis est, igitur & reliquus BΓA reliquo ZΘH æqualis est: igitur triangulum ZΘH triangulo ABΓ æquiangulum est.

** ex hypothesi. a 7.5. b 27.1. & 10. dej. c 33.1. d 29.1.*

ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΘΗ πρὸς ΖΚ, ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΚ τῇ ΛΜ. ἔστι δὲ καὶ ΖΚ τῇ ΛΜ παράλληλος, καὶ ἡ ΖΛ ἄρα τῇ ΘΗ παράλληλός ἐστιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΖΛΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΛΘΗ. ἀλλ' ἡ μὲν ΛΘΗ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἐστὶν ἴση. ἡ δὲ ὑπὸ ΖΛΘ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΗΘ ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἄρα τῇ ὑπὸ ΖΗΘ ἐστὶν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΘΖΗ ἴση, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΖΘΗ, ἐστὶν ἴση, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΘΗ τριγώνῳ.

† Quod autem sit AΓ ad ΔB, vt ΘH ad ΛM ita ostendemus.

Quandoquidem angulus BAΓ angulo ΛΘH æqualis est, angulus autem ΘMΛ angulo AΔB, quia vterque rectus. Igitur reliquus ABΔ reliquo ΘΛM æqualis est. Igitur *e* est vt ΘM ad MΛ, ita AΔ ad BΔ: Porro cum angulus ABΓ angulo ΘΛH *f* angulus autem ABΔ angulo ΘΛM æqualis sit, igitur reliquus ΔBΓ reliquo MΛH æqualis erit: atqui angulus ΔBΓ angulo ΛMH æqualis est, igitur reliquus BΓΔ reliquo ΛHM æqualis est. Igitur est vt ΔΓ ad ΔB, ita MH ad MΛ. Sed ostensum est vt AΔ ad ΔB, ita ΘM ad MΛ. Igitur componendo vt AΓ ad ΔB, ita ΘH ad ΛM.

e 4.6. f ex hypothesi.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϖ.

Ἐὰν τρίγωνον μίαν ἔχῃ γωνίαν δεδομένην, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν τὴν δεδομένην γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν ὀρθογώνιον, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς λοιπῆς πλευρᾶς τετράγωνον λόγον ἔχῃ δεδομένον, δέδοται τὸ τρίγωνον τῷ εἴδει.

PROPOSITIO 80.

Si triangulum datum vnum angulum habuerit, quod autem sub datum angulum comprehendentibus la-

teribus

teribus continetur rectangulum, habeat ad quadratum reliqui lateris rationem datam, triangulum specie datum est.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, δεδομένην ἔχον γωνίαν τὴν πρὸς τὸ Α, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ λόγον ἐχέτω δεδομένον, λέγω ὅτι δέδοται τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

Ἤχθωσαν γὰρ ἀπὸ τῶν Α, Β ἐπὶ τὰς ΒΓ, ΓΑ κάθετοι αἱ ΒΔ, ΑΕ, ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΒ δοθεῖσα, δέδοται ἄρα τὸ ΑΔΒ τρίγωνον τῷ εἴδει, λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ δοθείς, ὥστε καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΒΔ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΕ ἑκάτερον γὰρ αὐτῶν διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου, λόγος ἄρα καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΕ δοθείς. τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΑΕ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἄρα πρὸς τὸ

Esto enim triangulum ΑΒΓ, datum angulum habens ad A, quod autem sub ΒΑ, ΑΓ continetur, ad quadratum rectæ ΒΓ habeto rationem datam: Dico quod triangulum ΑΒΓ specie datum est.

Agantur enim à punctis A, B ad ΒΑ, ΓΑ perpendiculares ΒΔ, ΑΕ: quandoquidē igitur angulus ΒΑΔ datus est, angulus autem ΑΔΒ datus est: igitur triangulum ΑΔΒ specie datum est: igitur ratio ipsius AB ad ΔB data est: quamobrem eius quod *a* sub A B, ΑΓ, ad id quod sub ΑΓ, ΒΔ data ratio est: ei autem quod sub ΑΓ, ΒΔ æquale est id quod sub ΒΓ, ΕΑ, *b* vtrumque enim eiusdem duplum est, nempe trianguli ΑΒΓ, igitur eius quod sub ΒΑ, ΑΓ ad id quod sub ΒΓ, ΑΕ data ratio est. Eius autē quod sub ΒΑ, ΑΓ ad quadratum rectæ ΒΓ data ratio est: igitur quadrati rectæ ΒΓ, * ad quadra-

a 1.6.
b 41 1.
c 33.3.
d 8. def
* *quia data est*



tum rectæ A E data ratio est. Exponatur iam positione & magnitudine data Z H, & super illà describitor circuli *c* segmentum Z Θ H, quod angulũ comprehendat angulo B A Γ æqualem. Angulus autem B A Γ datus est: igitur & angulus in segmento Z H Θ datus est: igitur segmentum *d* Z Θ H positione datum est. Agatur à puncto H in rectam Z H ad angulos rectos recta H K, igitur H K positione data est. Deinde fiat vt B Γ ad A E, ita Z H ad H K, ipsius autem B Γ ad A E data ratio est, igitur ipsius Z H ad H K data ratio est. Data autem est Z H, igitur *e* H K data est, sed & positione *f* data est, & datum est punctum H, *g* igitur punctum K datum est. Agatur iã per punctũ K, ipsi Z H *h* parallela Θ K: igitur *i* positione data est Θ K: Est autem Θ K positione *k* data, & positione datum est segmentum Z Θ H: igitur punctũ † Θ datum est. Connectantur Θ Z, Θ H, & agatur perpendicularis Θ Λ: igitur Θ Λ positione data est. Datũ autẽ est punctũ Θ, nec non vnumquodque punctorũ Z, H: igitur vnaquæque rectarum Θ Z, Z H, Θ H positione *l* & magnitudine data est: igitur triangulum Z Θ H specie *m* datum est: cumque sit vt B Γ ad A E, ita Z H ad H K, sit autem H K æqualis ipsi Λ Θ, *n* igitur est vt B Γ

ratio quadrati rectæ B Γ, ad id quod sub Γ B, A E, per 8. Iam per primam 6, est vt B Γ ad A E, ita quadratũ rectæ B Γ ad id quod sub B Γ, A E. Igitur rectæ B Γ ad rectam A E data ratio est, quamobrẽ per 50. quadrati rectæ B Γ ad quadratũ rectæ A E nec non per 54. rectæ B Γ ad rectã A E data ratio est.

d 8. *def.*
e 2.
f 29.
g 27.
h 31. 1.
i 28.
k 27.
l 26.
m 39.
n 34.

Α Ε λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἐκκείσθω δὴ τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει δεδομένη εὐθεῖα ἡ ΖΗ, καὶ γεγράφθω ἐπὶ τῆς ΖΗ τμῆμα κύκλου τὸ ΖΘΗ, δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ. δοθεῖσα δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ἐν τῷ ΖΘΗ τμήματι γωνία, θέσει ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΘΗ τμῆμα. ἤχθω ἀπὸ τοῦ Η τῇ ΖΗ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΗΚ. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΚ, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΑΕ οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΗΚ, λόγος δὲ τῆς ΒΓ πρὸς τὴν ΑΕ δοθείς, λόγος ἄρα καὶ τῆς ΖΗ πρὸς τὴν ΗΚ δοθείς, δοθεῖσα δὲ ἡ ΖΚ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΗΚ. ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει καὶ δοθέν ἐστι τὸ Η, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Κ. ἤχθω διὰ τοῦ Κ τῇ ΖΗ παράλληλος ἡ ΘΚ, θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΚ, θέσει δὲ καὶ τὸ ΖΘΗ τμῆμα, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Θ σημεῖον. Ἐπεζεύχθωσαν δὲ αἱ ΘΖ, ΘΗ, καὶ ἤχθω κάθετος ἡ ΘΛ. θέσει ἄρα ἐστὶν ἡ ΘΛ, ἔστι δὲ τὸ Θ σημεῖον δοθέν, καὶ ἑκάτερον τῶν Ζ, Η. δέδοται ἄρα ἑκάστη τῶν ΘΖ, ΖΗ, ΘΗ θέσει καὶ τῷ μεγέθει, δέδοται ἄρα τὸ ΖΘΗ τρίγωνον τῷ εἴδει, καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΑΕ, οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΗΚ, ἴση δὲ ἡ ΗΚ τῇ ΘΛ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΒΓ

πρὸς τὴν ΑΕ οὕτως ἡ ΖΗ πρὸς τὴν ΘΛ καὶ ἔστιν ἴση ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, τῇ ὑπὸ ΖΘΗ, ἰσογώνιον ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΘΗ τριγώνῳ, δέδοται δὲ τὸ ΖΘΗ τρίγωνον τῷ εἴδει. δέδοται ἄρα καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

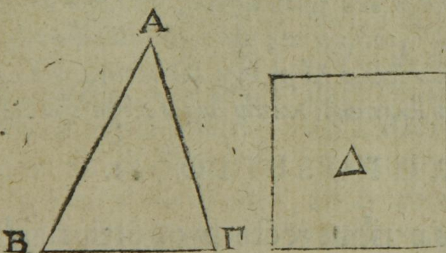
ad A E ita ZH ad A Θ, & æqualis eſt angulus BAΓ, angulo ZΘH, igitur triangulum ABΓ *a* triangulo ZΘH æquiangulum eſt, triangulum autem ZΘH ſpecie datū eſt, igitur triangulum ABΓ ſpecie datum eſt. a 7. i.

† Etenim recta ΘK tangit circulum, aut ſecat: tangit quidem, ſi datum angulum comprehendentia latera æqualia ſint, ſecat autem ſi inæqualia, ac proinde in vtroque caſu per 25. datum erit punctum Θ.

ΑΛΛΩΣ.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, δεδομένην ἔχον γωνίαν, τὴν πρὸς τῷ Α, λόγος δὲ ἔστω τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ δοθείς, λέγω ὅτι δέδοται τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τὸ εἶδος.

Ἐπεὶ γὰρ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία, ᾧ ἄρα μεῖζόν ἐστιν τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἐκείνο τὸ χωρίον πρὸς τὸ ΒΑΓ τρίγωνον λόγον ἔχει δεδομένον, ᾧ δὴ ἐστι μεῖζον τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ, ἔστω τὸ Δ, χωρίον. λόγος ἄρα ἐστὶ τοῦ Δ χωρίου, πρὸς τὸ ΒΑΓ τρίγωνον δοθείς. τοῦ δὲ ΑΒΓ τριγώνου πρὸς τὸ



ALITER.

Esto triangulum ABΓ, quod datum angulum habeat, ad A, eius autem quod ſub BA, AΓ ad quadratū rectæ BΓ eſto data ratio: Dico quod triangulum ABΓ ſpecie datum eſt.

Quandoquidem enim datus eſt angulus BAΓ, illud ſpatiū quo maius eſt quadratum ſimul vtriuſque BAΓ, quam *b* quadratum rectæ BΓ ad triangulum BAΓ rationem habet datā: iam ſpatium quo quadratum ſimul vtriuſque BAΓ excedit quadratum rectæ BΓ: eſto ſpatium Δ, igitur ratio ipſius Δ ad triangulum BAΓ data eſt: Trianguli autem BAΓ, ad id quod b 69.

sub BA, [a] AΓ data ratio est, cum
a 66. datus sit angulus BAΓ, igitur spatij Δ ad id quod sub BA, AΓ data ratio est: Eius autem quod sub BA, AΓ ad quadratum rectæ BΓ data ratio est, igitur &
b 8. spatij Δ ad quadratum [b] rectæ BΓ data ratio est: igitur com-
c 22. ponendo [c] spatij Δ cum quadrato rectæ ΓB ad quadratum rectæ BΓ data ratio est: igitur quadrati * simul vtriusque BAΓ, ad quadratum rectæ BΓ data ratio est: Quamobrem simul vtriusque BAΓ ad BΓ data ratio est, & datus est angulus [e] BAΓ: igitur triangulum ABΓ specie datum est.

* *quia spatium Δ cum quadrato rectæ BΓ æquale est quadrato simul vtriusque BAΓ.*

e 46.

ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ λόγος ἐστὶ δοθείς, τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ, λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ τοῦ Δ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ συνθέντι ἄρα λόγος τοῦ Δ χωρίου μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ ἐστὶ δοθείς, ὥστε καὶ τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ λόγος ἐστὶ δοθείς. λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ δοθείς. ὥστε καὶ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ πρὸς τὴν ΑΓ λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΓ γωνία. δέδοται ἄρα τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ εἴδει.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ πα.

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον οὖσαι τρισὶν εὐθείαις ἀνάλογον οὔσαις τὰς ἄκρας ἐν δεδομένῳ λόγῳ ἔχωσιν, καὶ τὰς μέσας ἐν δεδομένῳ λόγῳ ἕξουσιν, καὶ ἐὰν ἡ ἄκρα πρὸς τὴν ἄκραν λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ ἡ μέση πρὸς τὴν μέσην, καὶ ἡ λοιπὴ ἄκρα πρὸς λοιπὴν ἄκραν λόγον ἕξει δεδομένον.

PROPOSITIO 81.

Si tres rectæ, quæ tribus rectis proportionalibus, proportionales fuerint, extremas habuerint in ratione datâ, medias habebunt in ratione data, & si extrema ad extremam, & media ad mediam habeat rationem datam, & reliqua ad reliquam habebit rationem datam.

Τρεῖς γὰρ εὐθεῖαι ἀνάλογον οὖσαι, αἱ Α, Β, Γ τρισὶν εὐθείαις ἀνάλογον οὔσαις, ταῖς Δ, Ε, Ζ τὰς ἄκρας ἐν δεδομένῳ λόγῳ ἐχέτωσαν, καὶ τῆς μὲν Α, πρὸς τὴν Δ, τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν Ζ λόγος ἔστω δοθείς, λέγω ὅτι καὶ τῆς Β πρὸς τὴν Ε λόγος ἐστὶ δοθείς.

Tres enim rectæ proportionales A, B, Γ tribus rectis proportionalibus Δ, E, Z extremas habento in ratione datâ: & ipsius A quidem ad Δ, ipsius autem Γ ad Z esto data ratio: Dico quod ipsius B ad E data ratio est.

Ἐπεὶ γὰρ τῆς μὲν Α πρὸς τὴν Δ, τῆς δὲ Γ πρὸς τὴν Ζ λόγος ἐστὶ δοθείς, λόγος ἄρα τοῦ ὑπὸ Α, Γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Δ, Ζ δοθείς. ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ τῶν Α Γ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Β τῷ δὲ ὑπὸ τῶν Δ Ζ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς Ε, λόγος ἄρα ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ε δοθείς, ὥστε καὶ τῆς Β πρὸς τὴν Ε λόγος ἐστὶ δοθείς. Ἔστω δὲ πάλιν τῆς μὲν Α πρὸς τὴν Δ λόγος δοθείς, καὶ τῆς Β πρὸς τὴν Ε λόγος ἔστω δοθείς, λέγω ὅτι καὶ τῆς Γ πρὸς τὴν Ζ λόγος ἐστὶ δοθείς.

A B Γ Δ E Z

Quandoquidem enim ipsius A ad Δ, ipsius autem Γ ad Z data ratio est, igitur eius quod sub A, Γ, ad id quod sub Δ, Z data ratio est. Sed ei quod fit sub A, Γ æquale, est quadratũ rectæ B. Et ei quod sub Δ, Z æquale est quadratum rectæ E: igitur quadrati rectæ B ad quadratũ rectæ E data ratio est: igitur rectæ B ad rectã E data ratio est. Esto rursus ipsius A ad Δ, ipsius autẽ B ad E data ratio: Dico quòd ipsius Γ ad Z data ratio est. [a] 70. [b] 13. 6.

Ἐπεὶ γὰρ τῆς μὲν Α πρὸς τὴν Δ, τῆς δὲ Β πρὸς τὴν Ε λόγος ἐστὶ δοθείς, λόγος ἄρα ἐστὶ καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς Β πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Ε δοθείς, ἀλλὰ τῷ μὲν ἀπὸ τῆς Β ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν Α, Γ, τῷ δὲ ἀπὸ τῆς Ε ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν Δ, Ε, λόγος ἄρα τοῦ ὑπὸ τῶν Α, Γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν Δ, Ζ δοθείς, καὶ μιᾶς πλευρᾶς τῆς Α

Quandoquidem enim ipsius A ad Δ ipsius autem B ad E data ratio est, igitur quadrati rectæ B ad quadratum rectę E data ratio est: sed quadrato rectæ B æquale est id quod sub A B, & quadrato rectæ E ęquale est id quod sub Δ, Z, igitur eius quod sub A, Γ, ad id quod sub Δ, Z data ratio est, vnius autem lateris A

ad vnum latus Δ data ratio est: igitur reliqui ª lateris Γ ad reliquum latus Z data ratio est.

ª 68.

πρὸς μίαν πλευρὰν τῆς Δ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ λοιπῆς ἄρα τῆς Γ πρὸς λοιπὴν τῆς Z λόγος ἐστὶ δοθείς.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ πβ.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσιν, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς ἣν ἡ δευτέρα λόγον ἔχει δεδομένον, οὕτως ἡ τρίτη πρὸς ἣν ἡ τρίτη λόγον ἔχει δεδομένον.

PROPOSITIO 82.

Si quatuor rectæ proportionales fuerint, erit vt prima ad eam ad quam secunda rationem habet datam, ita tertia ad eam ad quam quarta ratioñe habet datam.

SVnto quatuor rectæ proportionales A, B, Γ, Δ, sitque A ad B, vt Γ ad Δ: Dico quod vt A ad eam quam B rationem habet datã, ita Γ ad eam ad quam Δ rationem habet datam.

Esto enim E, ea ad quam B rationem habet datam, & fiat vt B ad E, ita Δ ad Z, est autem ipsius B ad E data ratio: igitur & ipsius Δ ad Z data ratio est. Cumque sit vt A ad B, ita Γ ad Δ, & insuper vt B ad E, ita Δ ad Z, igitur ex æquo est ᵇ A ad E, ita Γ ad Z, & est E ea quidem ad quã

ᵇ 22. 5.

A B Γ

Δ E Z

ΕΣτωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον, αἱ A, B, Γ, Δ, ὡς ἡ A πρὸς τὴν B, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, λέγω ὅτι ὡς ἡ A πρὸς ἣν ἡ B λόγον ἔχει δεδομένον, οὕτως ἡ Γ πρὸς ἣν ἡ Δ λόγον ἔχει δεδομένον. Ἔστω γὰρ πρὸς ἣν ἡ B λόγον ἔχει δεδομένον ἡ E, καὶ πεποιήσθω ὡς ἡ B πρὸς τὴν E, οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Z, λόγος δὲ τῆς B πρὸς τὴν E δοθείς, λόγος ἄρα καὶ τῆς Δ πρὸς τὴν Z δοθείς. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ A πρὸς τὴν B, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Δ, ἔστι δὲ καὶ ὡς ἡ B πρὸς τὴν E, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Z, δι' ἴσου ἔσται ὡς ἡ A πρὸς τὴν E, οὕτως ἡ Δ πρὸς τὴν Z, καὶ ἔστιν ἡ μὲν E πρὸς ἣν ἡ

Β λόγον ἔχει δεδομένον, ἡ δὲ Ζ, πρὸς ἣν ἡ Δ λόγον ἔχει δεδομένον. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς ἣν ἡ Β λόγον ἔχει δεδομένον, οὕτως ἡ Γ πρὸς ἣν ἡ Δ λόγον ἔχει δεδομένον.

B rationem habet datam, ipſa autem Z ea ad quam Δ rationē habet datam: igitur eſt vt A ad eam ad quam B habet rationem datam, ita Γ ad eam ad quam Δ rationem habet datam.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ πγ.

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι, οὕτως ἔχωσι πρὸς ἀλλήλας, ὥστε τριῶν ληφθεισῶν ἐξ αὐτῶν ὁποιουοῦν, καὶ τετάρτης αὐτῶν ληφθείσης ἀνάλογον, πρὸς ἣν ἡ λοιπὴ ἐξ ἀρχῆς τεσσάρων εὐθειῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον, ἀνάλογον γίγνεσθαι τὰς τέσσαρας εὐθείας, ἔσται ὡς ἡ τετάρτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτως ἡ δευτέρα, πρὸς ἣν ἡ πρώτη λόγον ἔχει δεδομένον.

PROPOSITIO 83.

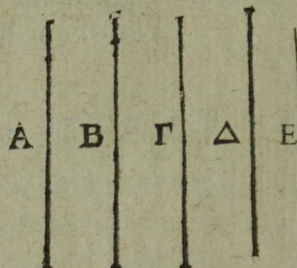
Si quatuor rectæ, ita ad inuicem ſe habeant vt tribus ex ijs quibuſcunque ſumptis, & quartâ ipſis proportionali acceptâ, ad quam reliqua è quatuor rectis rationem habet datam, proportionales fiant quatuor rectæ lineæ, erit vt quarta ad tertiam, ita ſecunda ad eam ad quam habet prima rationem datam.

Ἔστωσαν τέσσαρες εὐθεῖαι αἱ Α, Β, Γ, Δ οὕτως ἔχουσαι πρὸς ἀλλήλας, ὡς τριῶν ληφθεισῶν ἐξ αὐτῶν καὶ τετάρτης αὐταῖς προσληφθείσης ἀνάλογον τῆς Ε, πρὸς ἣν ἡ Δ λόγον ἔχει δεδομένον, ἀνάλογον εἶναι τὰς Α, Β, Γ, Δ, Ε εὐθείας, λέγω ὅτι ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Γ, οὕτως ἡ Β πρὸς ἣν ἡ Α λόγον ἔχει δεδομένον.

SVnto quatuor rectæ A, B, Γ, Δ, ita ſe habentes ad inuicē, vt tribus ex ijs quibuſcunque ſumptis A, B, Γ, & quartâ ipſis proportionali acceptâ, quæ ſit E ad quam Δ rationem habet datam proportionales ſint rectæ, A, B, Γ, Δ, E:
Dico quod vt Δ ad Γ, ita B ad quam A rationem habet datam.

Quandoquidem enim est vt A ad B, ita Γ ad E, igitur quod sub A E, æquale est ei quod sub B Γ. Cumque ipsius E ad Δ data ratio sit, igitur eius quod sub A, Δ ad id quod sub A, E data ratio est: quod autem sub A, E æquale est ei quod sub B Γ: igitur & ratio eius quod sub A, Δ ad id quod sub B, Γ data est: igitur est vt Δ ad Γ, ita B ad eam ad quam habet recta A rationem datam.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν Ε, τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν Α, Ε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν Β, Γ. καὶ ἐπεὶ λόγος ἐστὶ τῆς Ε πρὸς τὴν Δ, λόγος ἄρα ἐστὶ καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν Α, Δ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕ δοθείς, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΓ, λόγος ἄρα ἐστὶ καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΔ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ δοθείς. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Δ πρὸς τὴν Γ, οὕτως ἡ Β πρὸς ἣν ἡ Α λόγον ἔχει δεδομένον.



ΠΡΟΤΑΣΙΣ πδʹ.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δοθὲν χωρίον περιέχωσιν ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ, ἡ δὲ ἑτέρα τῆς ἑτέρας δοθείσῃ μείζων ᾖ, καὶ ἑκατέρα αὐτῶν ἔσται δοθεῖσα.

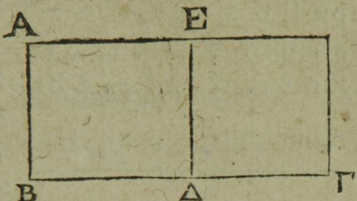
PROPOSITIO 84.

Si duæ rectæ datum spatium comprehendant in angulo dato, sit autem altera alterâ maior datâ, etiã vnaquæque ipsarum data erit.

Etenim duæ rectæ A B, B Γ datum spatium A Γ comprehendant in angulo A B Γ dato: esto autem Γ B ipsâ B A maior datâ: Dico vnamquamque rectarum A B, B Γ datam esse. Quandoquidẽ enim Γ B maior

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΒΓ δοθὲν χωρίον περιεχέτωσαν τὸ ΑΓ, ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ ΓΒ τῆς ΒΑ δοθείσῃ μείζων ἔστω, λέγω ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΒΑ, ΑΓ. Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΓΒ τῆς ΒΑ μείζων

μεῖζόν ἐστιν, ἔστω ἡ δοθεῖσα ἡ ΔΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΒ τῇ ΑΒ ἴση ἐστί. συμπεπληρώσθω τὸ ΑΔ παραλληλόγραμμον, καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΒΔ, λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ δοθείς, δοθεῖσα δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ γωνία, δέδοται ἄρα τὸ ΑΔ τῷ εἴδει. Επεὶ οὖν τὸ ΑΓ δοθὲν, παρὰ δοθεῖσαν τὴν ΓΔ παραβέβληται ὑπερβάλλον εἴδει δεδομένῳ τῷ εἴδει ΑΔ, δέδοται τὸ πλάτος τῆς ὑπερβολῆς, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΓ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ ΒΓ δοθεῖσά ἐστιν, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΑΒ δοθεῖσα, ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΒ, ΓΔ δοθεῖσά ἐστι.



eſt quam ipſa B A, datâ lineâ ΔΓ: igitur reliqua ΔB ipſi AB æqualis eſt. Compleatur parallelogrammum AΔ: itaque cum AB æqualis ſit ipſi BΔ, igitur ipſius AB ad BΔ data ratio eſt, angulus autem ABΔ datus eſt, igitur AΔ ſpecie datum eſt. Quandoquidem igitur datum AΓ, ad datam rectam ΔΓ applicatum eſt [a] excedens datâ ſpecie figurâ AΔ, igitur latitudo exceſſus data eſt: igitur BΔ data eſt: ſed & ΔΓ data eſt: igitur & tota BΓ data eſt: Data autem eſt AB, igitur vtraque rectarum AB, ΔΓ data eſt.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ πε.

Εὰν δύο εὐθεῖαι δοθὲν χωρίον περιέχωσιν ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ, ἡ δὲ συναμφότερος δοθεῖσα, καὶ ἑκατέρα αὐτῶν ἔσται δοθεῖσα.

PROPOSITIO 85.

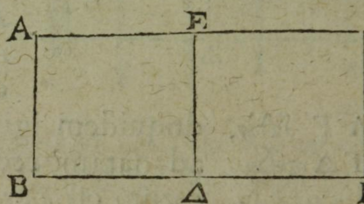
Si duæ rectæ datum ſpatium comprehendant in angulo dato, ſit autem ſimul vtraque data, & earum quoque vnaquæque data erit.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΕΔ, ΔΓ δοθὲν χωρίον ΕΓ περιεχέ-

DVæ enim rectæ EΔ, ΔΓ datum EΓ ſpatium com-

prehendant in angulo dato, & simul vtraque rectarũ ΕΔΓ data esto: Dico quod vnaquæque rectarum ΕΔ, ΔΓ data est.

Producatur enim ΓΔ ad punctum B, & ponatur ipsi ΕΔ æqualis ΒΔ, & per punctum B ipsi ΔΕ parallela agatur ΒΑ, & cõpleatur ΑΔ.



Quandoquidẽ igitur æqualis est ΔΒ ipsi ΔΕ, & datus est angulus ΕΔΒ, enimuerò qui deinceps ipsi est, datus est, igitur parallelogrammum ΑΔ specie datum est, insuper cum data sit simul vtraq; rectarum ΕΔΓ, & sit ΕΔ æqualis ipsi ΒΔ igitur ΓΒ data est, cumq; ad datã rectã ΒΓ datum ΕΓ applicatum sit, deficiens datâ specie figurâ ΑΔ, igi-
b 58. tur latitudines *b* defectûs datæ sunt, igitur rectæ ΕΔ, ΒΔ datæ sunt, est autem & simul vtraque
c 4. ΕΔΓ data: igitur *c* vnaquæque rectarum ΕΔ, ΔΓ data est.

πωσαν ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΒΓ, καὶ ἔστω συναμφότερος ἡ ΑΒΓ δοθεῖσα, λέγω ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΒΓ ἐστὶ δοθεῖσα.

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Β, καὶ κείσθω τῇ ΕΒ ἴση ἡ ΒΓ, καὶ διὰ τοῦ Β τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΒ καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΑΔ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΔΕ, καὶ ἔστι δοθεῖσα ἡ ὑπὸ ΕΔΒ γωνία, ἐπεὶ καὶ ἡ ἐφεξῆς αὐτῇ δοθεῖσά ἐστι, δέδοται ἄρα τὸ ΑΔ τῷ εἴδει. καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστι συναμφότερος ἡ ΕΔΓ, ἴση δὲ καὶ ἡ ΕΔ τῇ ΒΔ, δοθεῖσα ἄρα ἡ ΒΓ. ἐπεὶ οὖν δοθὲν τὸ ΕΓ παρὰ δοθεῖσαν τὴν ΒΓ παραβέβληται ἐλλεῖπον εἴδει δεδομένῳ τῷ εἴδει ΕΒ, δέδοται τὰ πλάτη τοῦ ἐλλείμματος, δοθεῖσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ΕΔ, ΒΔ, ἀλλὰ καὶ συναμφότερος ἡ ΑΒΓ δοθεῖσά ἐστι, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ἑκατέρα τῶν ΕΔ, ΔΓ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ πϛ.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δοθὲν χωρίον περιέχωσιν ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μιᾶς τοῦ ἀπὸ τῆς ἑτέρας δοθέντι μεῖζον ᾖ, ἢ ἐν λόγῳ, καὶ ἑκατέρα αὐτῶν ἔσται δοθεῖσα.

Ἢ ὡς ἐν ἄλλῳ ἀντιτύπῳ ἀναγιγνώσκεται.

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δοθὲν χωρίον περιέχωσιν ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ, δύνηται δὲ ἡ ἑτέρα τῆς ἑτέρας δοθέντι μεῖζον ἢ ἐν λόγῳ, καὶ ἑκατέρα αὐτῶν δοθεῖσα ἔσται.

PROPOSITIO 86.

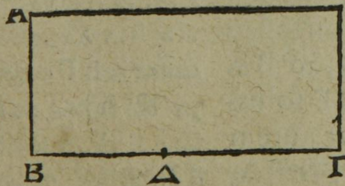
Si duæ rectæ datum ſpatium comprehendant in angulo dato, quadratum autem vnius quadrato alterius maius ſit dato, quam in ratione, & vtraque ipſarum data erit.

Vel vt legitur in alio exemplari.

Si duæ rectæ datum ſpatium comprehendant in angulo dato, poſſit autem altera alterâ maius dato, quam in ratione, & vtraque ipſarum data erit.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ A B, B Γ δοθὲν χωρίον περιεχέτωσαν τὸ A Γ ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ, τῇ ὑπὸ A B Γ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς B Γ τοῦ ἀπὸ τῆς A B δοθέντι μεῖζον ἔστω ἢ ἐν λόγῳ, λέγω ὅτι καὶ ἑκατέρα τῶν A B, B Γ ἐστὶ δοθεῖσα.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς Γ B τοῦ ἀπὸ τῆς B A δοθέντι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἐν λόγῳ, ἀφῃρήσθω τὸ δοθέν, καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν Γ B, B Δ, λοιποῦ ἄρα τοῦ ὑπὸ τῶν Γ Δ, Γ B πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς A B λόγος ἐστὶ δοθείς. καὶ ἐπεὶ δοθέν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν A B, B Γ καὶ



Etenim duæ rectæ A B, B Γ datum A Γ ſpatium comprehendãt in angulo dato, quadratum autem rectæ Γ B quadrato rectæ A B maius eſto dato, quam in ratione: Dico quòd vtraq; rectarũ A B, B Γ data eſt.

Quandoquidẽ enim quadratũ rectæ B Γ, quadrato rectæ B A maius eſt dato, quam in ratione, auferatur datũ, ſcilicet id quod ſub Γ B, B Δ: igitur reliqui a quod ſub B Γ, Γ Δ ad quadratum rectæ A B data ratio eſt. a 11.def. Cumque datum ſit id quod ſub A B, B Γ, id

autem *a* id quod sub ΓΒ, ΒΔ datum sit, igitur eius quod sub
a 21. ΑΒ, ΒΓ ad id quod sub ΓΒ, ΒΔ data ratio est: vt autem id quod
b 1. 6. sub ΑΒ, ΒΓ ad id quod *b* sub ΓΒ, ΔΒ, ita ΑΒ ad ΒΔ. Quamobrem rectæ ΑΒ ad rectam ΒΔ, data ratio est. Quare & quadrati rectæ ΑΒ ad quadratum *c* rectæ ΒΔ data ratio est.
c 49. Quadrati autem rectæ ΑΒ, ad id quod
d ex hypothesi. *d* sub ΒΓ, ΓΔ data ratio est: igitur & eius quod sub ΒΓ, ΓΔ, ad quadratum rectæ ΒΔ data ratio est. Quare eius quod quater sub ΒΓ, ΓΔ ad quadratum rectæ ΒΔ data ratio est, ideoque vt eius quod sub ΒΓ, ΓΔ quater cum quadrato rectæ ΒΔ, ad quadratum rectæ ΒΔ data ratio est,
e 8. 2. est autē id *e* quod quater sub ΒΓ, ΓΔ cum quadrato rectę ΒΔ quadratum simul vtriusque ΒΓΔ. Igitur quadati simul vtriusque ΒΓΔ ad quadratum rectæ ΒΔ data ratio est. Quamobrem simul vtriusque ΒΓ, ΓΔ ad ΒΔ data ratio est, & componendo rectarum ΒΓ, ΓΔ nec non ipsius ΓΔ, id est duarum ΓΒ, ad ΒΔ data ratio est: Quare ΒΓ solius ad ΒΔ data ratio est: vt autem ΓΒ ad ΒΔ ita quod sub ΓΒ, ΒΔ, ad quadratum rectæ ΒΔ: igitur & eius quod sub ΓΒ, ΒΔ id quadratum rectæ ΒΔ data ratio est:

δοθὲν ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ, τοῦ ἄρα ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὡς δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒ, ΓΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΓΒ, ΔΒ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, ὥστε καὶ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ ἀπὸ τῆς ΑΒ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὥστε καὶ τοῦ τετράκις ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. τοῦ ἄρα τετράκις ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς. ἀλλὰ τὸ τετράκις ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΓΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΔ τὸ ἀπὸ συναμφοτέρου ἐστὶ τῆς ΒΓ, Δ. λόγος ἄρα ἐστὶ καὶ τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΓΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ δοθείς, ὥστε καὶ συναμφοτέρου τῆς ΒΓ, ΓΔ πρὸς τὴν ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ συνθέντι ἄρα τῶν ΒΓ, ΓΔ καὶ τῆς ΒΔ, τουτέστι δύο τῶν ΓΒ, πρὸς τὴν ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὥστε καὶ μιᾶς τῆς ΒΓ πρὸς τὴν ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθεὶς ὡς δὲ ἡ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ, καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, δο-

θὲν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΒΔ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΔ, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΔ, ὥστε καὶ ἡ ΒΓ δοθεῖσά ἐστι, τῆς γὰρ ΓΒ πρὸς τὴν ΒΔ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ δέδοται ἡ ΒΔ, καὶ ἔτι δοθὲν τὸ ΑΓ, καὶ δοθεῖσα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνία, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΒ, ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΒ, ΒΓ δοθεῖσά ἐστι.

Datum autẽ est id quod sub ΓΒ, ΒΔ: igitur & quadratũ rectę ΒΔ datũ est: igitur data est ΒΔ: igitur & ipsa ΒΓ data est: siquidem data est ΒΔ, & ipsius ΒΔ ad ΒΓ data ratio est: insuper autem datum est ΑΓ, & datus angulus ΑΒΓ: igitur [f] ΑΒ data est: igitur vtraq; rectarũ ΑΒ, ΒΓ data est. f 57.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ πζ.

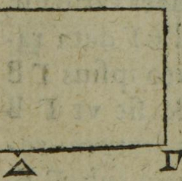
Ἐὰν δύο δοθεῖσαι εὐθεῖαι δοθὲν χωρίον περιέχωσιν ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μείζονος τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος δοθέντι μεῖζον ᾖ, καὶ ἑκατέρα αὐτῶν δοθεῖσα ἔσται.

PROPOSITIO 87.

Si duæ rectæ datum spatium comprehendant, in angulo dato, possit autem altera alterâ maius dato, & earum vtraque data erit.

Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΒΓ δοθὲν χωρίον περιεχέτωσαν τὸ ΑΓ, ἐν δεδομένῃ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ΑΒ δοθέντι μεῖζον ἔστω τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ, λέγω ὅτι δοθεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΒΓ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ τοῦ ἀπὸ τῆς ΒΓ δοθέντι μεῖζόν ἐστιν, ἀφῃρήσθω τὸ δοθέν, καὶ ἔστω τὸ ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΑ, καὶ ἐπεὶ δοθέν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν ΓΒ, ΒΔ, ἐστὶ δὲ καὶ τὸ



Etenim duæ rectæ ΑΒ, ΒΓ datum spatium ΑΓ comprehendant in angulo ΑΒΓ dato: quadratum autem rectæ ΑΒ, quadrato rectæ ΒΓ, maius esto dato: Dico quod vtraque ipsarum ΑΒ, ΒΓ data est.

Quandoquidem enim quadratum rectæ ΑΒ, quadrato rectæ ΒΓ maius est, dato, auferatur datum, & esto id quod sub ΓΒ, ΒΔ, igitur reliquum quod sub ΒΓ, ΓΔ æquale [g] est quadrato rectæ ΒΑ, [b] cumq; id quod sub ΓΒ, ΒΔ, nec non id

g ex hypothesi. b ax 3.

quod ſub A B, B Γ datũ ſit: igitur
ratio eius quod ſub Γ B, B Δ ad
id quod ſub A B, B Γ data eſt: &
eſt vt id quod ſub Γ B, B Δ, ad id
quod ſub A B, B Γ, ita Δ B ad B A:
a 50. igitur[a] quadrati rectę B Δ ad qua-
dratum rectæ B A data ratio eſt:
quadrato autem rectæ B A æqua-
le eſt id quod ſub B Γ, Γ Δ, igitur
eius quod ſub B Γ, Γ Δ ad qua-
dratum rectæ B Δ data ratio eſt:
ideoque & eius quod quater ſub
Γ B, B Δ ad quadratum rectæ B Θ
data ratio eſt: quare eius quod
quater ſub B Γ, Γ Δ cũ quadrato
rectæ Δ B ad quadratũ rectæ Δ B
data ratio eſt: ſed id quod quater
ſub B A, A Δ cum quadrato rectæ
b 8. 2. B Δ, eſt quadratũ ſimul[b] vtriuſq;
c 54. B Γ Δ: igitur quadrati ſimul vtriuſ
que B Γ Δ ad quadratum rectæ
Δ B data ratio eſt: igitur ſimul
vtriuſque B Γ Δ ad Δ B data ratio
d 18. 5. eſt: & componẽdo[d] ſimul vtriuſ-
que B Γ Δ, & inſuper ipſius B Δ
hoc eſt duarum Γ B, ad B Δ data
ratio eſt: igitur & B Γ ſolius ad
B Δ data ratio eſt: inſuper autem
e 1. 6. ipſius Δ B ad B A data ratio eſt,
igitur ipſius A B ad B Γ data ra-
tio eſt: cumque raito ipſius Γ B
ad B Δ data ſit, & ſit vt Γ B
ad B Δ, ita quadratum re-
ctæ Γ B, ad id quod ſub Γ B,
B Δ: Igitur quadrati rectæ A B
ad id quod ſub Γ B, B Δ data ratio eſt: datum autem eſt id

ὑπὸ τῶν A B, B Γ δοθέν, λό-
γος ἄρα τοῦ ὑπὸ τῶν Γ B, B Γ
πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν A B, B Γ δο-
θεὶς καὶ ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ τῶν Γ B,
B Δ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν A B, B Γ
οὕτως ἡ Δ B πρὸς B A, λόγος ἄρα
καὶ τῆς Δ B πρὸς τὴν B A δοθείς,
τοῦ ἄρα ἀπὸ τῆς B Δ πρὸς τὸ ἀ-
πὸ τῆς B A λόγος ἐστὶ δοθείς. τῷ δὲ
ἀπὸ τῆς B A ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν B Γ,
Γ Δ, λόγος ἄρα ἐστὶ καὶ τοῦ ὑπὸ τῶν
Γ B, B Δ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς B Δ
δοθείς. καὶ τοῦ τετράκις ἄρα
ὑπὸ τῶν B Γ, Γ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς
Δ B δοθείς. ἀλλὰ τὸ τετράκις ὑ-
πὸ τῶν B Γ, Γ Δ μετὰ τοῦ ἀπὸ
τῆς B Δ, ἐστὶ τὸ ἀπὸ συναμφοτέ-
ρου τῆς B Γ Δ, λόγος ἄρα καὶ τοῦ
ἀπὸ συναμφοτέρου τῆς B Γ Δ,
πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς Δ B δοθείς. καὶ
συνθέντι συναμφοτέρου τῆς B Γ Δ
μετὰ τῆς Δ B τουτέστι δύο τῶν
B Γ πρὸς B Δ λόγος ἐστὶ δοθεὶς
καὶ μιᾶς ἄρα τῆς B Γ πρὸς τὴν
B Δ λόγος ἐστὶ δοθείς, τῆς δὲ
Δ B πρὸς τὴν B A λόγος ἐστὶ δο-
θείς, καὶ τῆς A B ἄρα πρὸς τὴν
B Γ λόγος ἐστὶ δοθείς, καὶ ἐπεὶ λό-
γος ἐστὶ τῆς Γ B πρὸς B Δ δο-
θείς, ἐστὶ δὲ ὡς ἡ Γ B πρὸς τὴν B Δ,
οὕτως τὸ ἀπὸ τῆς Γ B πρὸς τὸ
ὑπὸ τῶν Γ B, B Δ, λόγος ἄ-
ρα καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς Γ B πρὸς
τὸ ὑπὸ τῶν Γ B, B Δ δο-
θείς, δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ Γ B,

ΒΔ, οὕτω γὰρ δοθὲν ἀφῄρηται, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΓΒ, δοθεῖσα ἄρα ἡ ΓΒ καὶ ἔστι λόγος τῆς ΓΒ πρὸς ΒΑ δοθείς, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΒΓ.

quod ſub Γ Β, Β Δ, ita enim ablatum fuit id quod datum erat: igitur [f] quadratum rectæ Γ Β datum eſt, igitur data eſt Γ Β, & eſt ipſius Γ Β ad Β Α, data ratio, Β Α data eſt. f 2.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ πη.

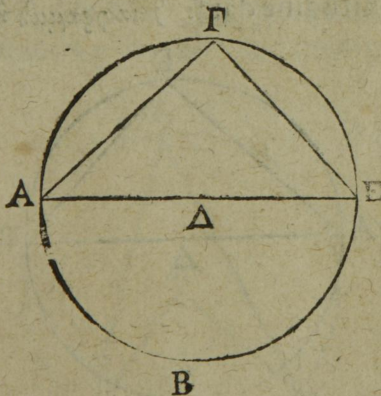
Ἐὰν εἰς κύκλον δεδομένον τῷ μεγέθει εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἀπολαμβάνουσα τμῆμα δεχόμενον γωνίαν δοθεῖσαν, δέδοται ἡ ἀχθεῖσα τῷ μεγέθει.

PROPOSITIO 88.

Si in circulum magnitudine datum, acta ſit recta linea quæ ſegmentũ, aufferat quod angulum datũ comprehendat, acta recta linea magnitudine data eſt.

Εἰς γὰρ κύκλον δεδομένον τῷ μεγέθει τὸν Α Β Γ, ἤχθω ἡ Α Γ ἀπολαμβάνουσα τμῆμα τὸ Α Ε Γ, δεχόμενον γωνίαν Α Ε Γ δοθεῖσαν, λέγω ὅτι ἡ Α Γ δέδοται τῷ μεγέθει.

Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπεζευχθεῖσα ἡ Α Δ διήχθω ἐπὶ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Γ Ε, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν Α Γ Ε, ὀρθὴ γάρ ἐστιν, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ Α Ε Γ δοθεῖσα, καὶ λοιπὴ



IN circulum enim magnitudine datum Α Β Γ, agatur recta Α Γ, aufferens ſegmentum Α Ε Γ quod comprehendat angulum Α Ε Γ datũ: Dico quod linea Α Γ magnitudine data eſt.

Sumatur enim centrum circuli Δ, [a] & connexa recta Α Δ producatur ad pũctũ E: & cõnectatur Γ Ε, igitur datus eſt angulus [b] Α Γ Ε, etenim rectus eſt: angulus autem Α Ε Γ datus eſt: igitur an-

a 1. 3.
b 31. 3.

gulus Γ E A datus est: igitur
a 40. triangulum a A Γ E specie datũ
b 2.def. est, igitur ipsius E A b ad A Γ data ratio est: est autem E A magnitudine data, quia circulus A B Γ magnitudine datus est: igitur & ipsa A Γ magnitudine
c 2. c data est.

ἄρα ἡ ὑπὸ Γ A E δοθεῖσά ἐστι, δέδοται ἄρα τὸ A Γ E τρίγωνον τῷ εἴδει, λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς E A πρὸς τὴν A Γ δοθεὶς, δοθεῖσα δὲ ἡ E A τῷ μεγέθει, ἐπεὶ καὶ ὁ κύκλος δέδοται τῷ μεγέθει, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ A Γ τῷ μεγέθει.

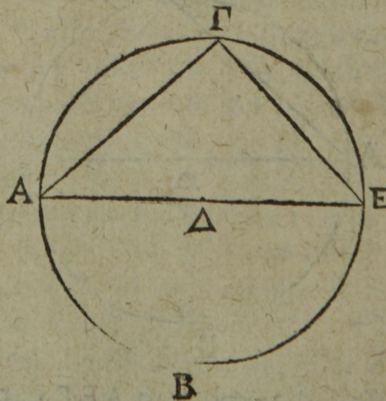
ΠΡΟΤΑΣΙΣ πθ.

Ἐὰν εἰς κύκλον δεδομένον τῷ μεγέθει, εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ δεδομένη τῷ μεγέθει, ἀπολήψεται τμῆμα δεχόμενον γωνίαν δοθεῖσαν.

PROPOSITIO 89.

Si in datum magnitudine circulum, data magnitudine recta acta fuerit, aufferet segmentum, quod angulum datum comprehendet.

IN circulum enim magnitudine datum A B Γ, agatur recta linea A Γ magnitudine data: Dico quod aufferet segmentum quod angulum datum comprehendet: accipiatur enim centrum circuli Δ, & connexa recta A Δ producatur ad punctum E, & connectatur Γ E: cumq; data



Εἰς γὰρ κύκλον δεδομένον τῷ μεγέθει τὸν A B Γ, εὐθεῖα γραμμὴ ἤχθω ἡ A Γ δεδομένη τῷ μεγέθει, λέγω ὅτι ἀπολήψεται τμῆμα δεχόμενον γωνίαν δοθεῖσαν. Εἰλήφθω γὰρ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ A Δ διήχθω ἐπὶ τὸ E, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Γ E καὶ ἐπεὶ δοθεῖσα

θεῖσά ἐστιν ἑκατέρα τῶν ΕΑ, ΑΓ λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΕΑ πρὸς τὴν ΑΓ δοθείς, καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ γωνία, δέδοται ἄρα τὸ ΑΓΕ τρίγωνον τῷ εἴδει. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΕΓ γωνία.

est, vtraque rectarum ΕΑ, ΑΓ, igitur ipsius ΕΑ ad ΑΓ data ratio est, & rectus est angulus ΑΓΕ, igitur triangulum ΑΓΕ *a* specie datum est, igitur angulus ΑΕΓ datus est. a

---

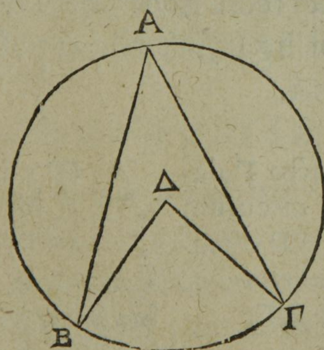
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϟ.

Ἐὰν κύκλου δεδομένου τῇ θέσει ἐπὶ τῆς περιφερείας δοθὲν σημεῖον ληφθῇ, ἀπὸ δὲ τούτου πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν κλασθῇ τις εὐθεῖα, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν, δέδοται τὸ ἕτερον πέρας τῆς κλασθείσης.

PROPOSITIO 90.

Si in circuli positione dati circumferentiâ acceptum fuerit datum punctum, ab eo autem puncto ad circumferentiam circuli inflexa fuerit recta, quæ datum angulum efficiat, inflexæ rectæ altera extremitas data est.

Κύκλου γὰρ τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει δεδομένου τοῦ ΑΒΓ, εἰλήφθω ἐπὶ τῆς περιφερείας δοθὲν σημεῖον τὸ Β, ἀπὸ δὲ τοῦ Β σημείου κεκλάσθω εὐθεῖα ἡ ΒΑΓ δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, λέγω ὅτι δέδοται τὸ Γ σημεῖον. Εἰλήφθω γὰρ τοῦ κύκλου τὸ κέντρον



Etenim in circuli ΑΒΓ magnitudine dati, circumferentiâ datum punctum accipiatur B, à puncto B autem inflectatur recta ΒΑΓ, quæ faciat angulum ΒΑΓ datum:
Dico quod datum est punctum Γ.
Accipiatur enim circuli ΑΒΓ cen-

trum Δ, & connectantur BΔ, ΔΓ: cumque datum sit vtrumque punctorum B, Δ, igitur positione a data est B Δ: iterum cum datus sit angulus B A Γ, igitur angulus b BΔΓ datus est: quandoquidem igitur ad datam positione rectam B Δ, & datum in eâ punctum Δ recta Δ Γ acta est, quæ facit angulum B Δ Γ datum: igitur linea Δ Γ c positione data est: circulus autem A B Γ positione & magnitudine datus est, igitur positione & magnitudine data est Δ Γ, & datum est punctum Δ, igitur d punctum Γ datum est.

a 26.

b quia vel duplus est anguli B A Γ *per* 20.3 *siquidem angulus* B A Γ *sit acutus, vel quia duplus reliqui anguli* B A Γ *ad duos rectos, siquidem angulus* B A Γ *sit obtusus.*

c 29.

d 17.

τερον τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΒΔ, ΔΓ, καὶ ἐπεὶ δοθέν ἐστιν ἑκάτερον τῶν Β, Δ, θέσει ἐστὶν ἡ ΒΔ, καὶ ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΔΓ. ἐπεὶ οὖν πρὸς θέσει δεδομένῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΔ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Δ, εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΔΓ, δεδομένην ποιοῦσα γωνίαν τὴν ὑπὸ τῶν ΒΔΓ, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ θέσει, θέσει δὲ καὶ τῷ μεγέθει δοθεὶς ὁ ΑΒΓ κύκλος. θέσει ἄρα καὶ τῷ μεγέθει δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΔΓ, καὶ δοθὲν τὸ Δ, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Γ σημεῖον.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϟα.

Ἐὰν ἀπὸ δεδομένου σημείου, τοῦ θέσει δεδομένου κύκλου ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἀχθῇ, δέδοται ἡ ἀχθεῖσα τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει.

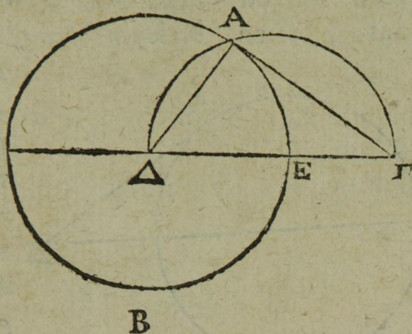
PROPOSITIO 91.

Si à dato puncto acta recta fuerit, quæ datum positione circulum contingat, acta linea positione & magnitudine data est.

A Dato enim puncto Γ datum positione circulum A B contingens recta A Γ ducatur: Dico quod positione & magnitudine data est A Γ.

Ἀπὸ γὰρ δεδομένου σημείου Γ, τῇ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ ΑΒ ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἤχθω ἡ ΓΑ, λέγω ὅτι ἡ ΓΑ εὐθεῖα δέδοται τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει.

Εἰλήφθω γὰρ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ, ΔΓ, καὶ ἐπεὶ δοθέν ἐστιν ἑκάτερον τῶν Δ, Γ, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΓ, καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ γραφόμενον ἡμικύκλιον ἥξει διὰ τοῦ Α, ἤχθω καὶ ἔστω ὁ ΔΑΓ, θέσει ἄρα ἐστὶ τὸ ΔΑΓ, θέσει δὲ καὶ ὁ ΑΒΓ κύκλος δοθείς, ἔστιν ἄρα τὸ Α, δοθὲν ἀλλὰ καὶ τὸ Γ δοθέν ἐστι, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει.



Sumatur enim centrum circuli Δ, & connectantur rectæ ΔA, ΔΓ: quandoquidem vtrumque punctorum Δ, Γ datum est, igitur recta ΔΓ positione & magnitudine data est, & rectus est angulus ΔAΓ, igitur [a] super ΔΓ descriptus semicirculus [b] transibit per punctum A, transeat & esto ΔAΓ, igitur positione datus est circulus [c] ΔAΓ, est autem circulus ABE positione datus, igitur punctum A datum est, sed & ipsum Γ datum est: igitur recta AΓ positione & magnitudine data est.

a 18. 3.
b 31. 1.
c 6. def.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϟβ.

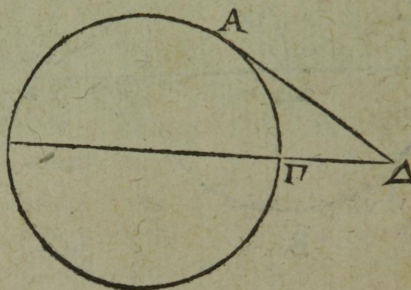
Ἐὰν κύκλου δεδομένου τῇ θέσει ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτὸς δοθέν, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου εἰς τὸν κύκλον διαχθῇ εὐθεῖα, τὸ ὑπὸ τῆς ἀχθείσης, καὶ τῆς μεταξὺ τοῦ σημείου, καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας περιεχόμενον ὀρθογώνιον δοθέν ἐστι.

PROPOSITIO 92.

Si extra circulum positione datum, accipiatur aliquod punctum, à dato autem puncto in circulum producatur quædam recta, datum est id quod sub actâ lineâ, & eâ quæ inter punctum & connexam peripheriam comprehenditur rectangulum.

Etenim extra datum poſitione circulum A B Γ, accipiatur aliquod punctum, puta Δ, à puncto autem Δ, agatur quædam recta Δ B ſecans circulum: Dico quòd datum eſt rectangulũ ſub B Δ, Δ Γ.

Agatur enim à puncto Δ recta quæ circulum A B Γ contingat, quæ ſit Δ A: igitur recta Δ A po-
a 97. ſitione data eſt, & [a] magnitudine. Quandoquidem igitur data eſt A Δ: igitur quadratum rectæ A
b 52. Δ [b] datum eſt, & æquale eſt [c] ei
c 36. 3. quod ſub B Δ, Γ Δ, igitur & id quod ſub B Δ, Γ Δ datum eſt.

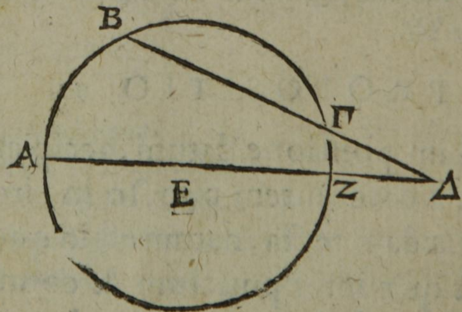


Κύκλου γὰρ δεδομένου τῇ θέσει τοῦ Α Β Γ εἰλήφθω τι σημεῖον ἐκτὸς τὸ Δ, ἀπὸ δὲ τοῦ Δ σημείου, διήχθω τις εὐθεῖα ἡ Δ Β τέμνουσα τὸν κύκλον, λέγω ὅτι δοθέν ἐστι τὸ ὑπὸ τῶν Β Δ, Δ Γ.

Ἤχθω ἀπὸ τοῦ Δ σημείου τοῦ Α Β Γ κύκλου ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἡ Δ Α, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ Δ Α τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει, ἐπεὶ οὖν δοθεῖσά ἐστιν ἡ Α Δ δοθὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς Δ Α, καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν Β Δ, Δ Γ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ τῶν Β Δ, Δ Γ.

ALITER.

Accipiatur centrum circuli E, & connectatur Δ E, & producatur ad punctum A. Quandoquidẽ datũ eſt vtrũque punctorum E Δ: igitur recta E Δ poſitione &



ΑΛΛΩΣ.

Εἰλήφθω τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ Δ Ε, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ Α, καὶ ἐπεὶ δοθέν ἐστιν ἑκάτερον τῶν Ε Δ δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ Ε Δ τῇ θέσει, καὶ τῷ μεγέθει, δεδο-

ται δὲ καὶ ὁ ΑΒΖ κύκλος, δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν Α, Ζ, ἐστὶ δὲ καὶ τὸ Δ δοθέν, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ΑΔ, ΖΔ, δοθὲν ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ, καί ἐστιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΔΖ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΓ, δοθὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΔ, ΔΓ.

a magnitudine data eſt, circulus autem ABZ datus eſt & magnitudine & poſitione, igitur vtrumque punctorum A, Z, datum eſt, & datum eſt punctum Δ: igitur vtraque rectarum AΔ, ZΔ data eſt, igitur quod ſub AΔ, ΔZ datum eſt, & æquale eſt id quod ſub A Δ, ΔZ, *b* ei quod ſub ΔB, ΔΓ: igitur id quod ſub BΔ, ΔΓ datum eſt. a 20. b 36. 3.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϟγ.

Ἐὰν κύκλου δεδομένου τῇ θέσει ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς δοθέν, διὰ δὲ τοῦ σημείου διαχθῇ τις εὐθεῖα εἰς τὸν κύκλον, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς ἀχθείσης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον δοθὲν ἐστί.

PROPOSITIO 93.

Si intra datum poſitione circulum, ſumatur aliquod datum punctum, per punctum autem agatur in circulum aliqua recta, quod ſub ſegmentis actæ rectæ lineæ comprehenditur, rectangulum datum erit.

Κύκλου γὰρ δεδομένου τῇ θέσει τοῦ ΒΓ, εἰλήφθω τι σημεῖον ἐντὸς τὸ Α δοθέν, διὰ δὲ τοῦ Α διήχθω τις εὐθεῖα ἡ ΓΒ, λέγω ὅτι δεδομένον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓ, ΒΑ.

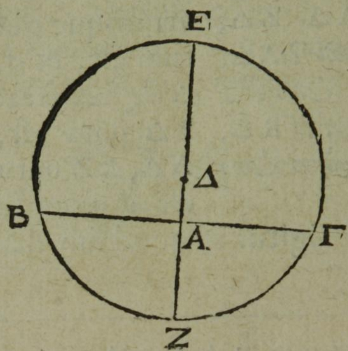
Εἰλήφθω γὰρ κέντρον τοῦ κύκλου τὸ Δ, καὶ ἐπεζευχθεῖσα ἡ ΑΔ διήχθω ἐπὶ τὰ Ζ, Ε.

ETenim intra circulum poſitione datum, ſumatur aliquod punctum A datum, per punctum autem A agatur quædam recta BΓ: Dico quòd datum eſt id, quod ſub BΓ, BA.

Accipiatur enim centrum circuli *c* Δ, & connexa recta AΔ producatur ad puncta E, Z. c 1. 3.

Quandoquidem igitur datum est vtrumque punctorum Δ A: igitur positione data est recta Δ A, est autem circulus Γ B Z positione datus, igitur vtrumque punctorum Z, E datum est: punctum autem A datum est: igitur vtraque rectarum E A, ᵃA Z data est, igitur quod sub Z A, A E datum est, & æquale est ei quod sub B A, ᵇA Γ, igitur id quod sub B A, A Γ datum est.

a 26. b 35.



Ἐπεὶ οὖν δοθέν ἐστιν ἑκάτερον τῶν Δ, A, θέσει ἄρα καὶ ἡ Δ A, θέσει δὲ καὶ ὁ Γ B Z κύκλος· δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν Z, E, ἔστι δὲ καὶ τὸ A δοθέν, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν Z A, A E, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν Z A, A E, καὶ ἔστιν ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν B A, A Γ, δοθὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν B A, A Γ.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϟδ.

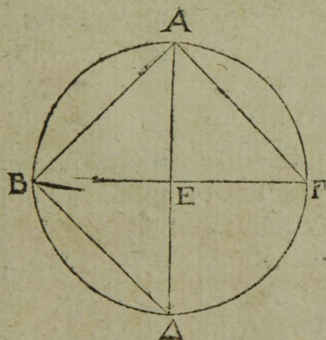
Ἐὰν εἰς κύκλον δεδομένον τῷ μεγέθει εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἀπολαμβάνουσα τμῆμα δεχόμενον γωνίαν δοθεῖσαν, καὶ ἡ ἐν τῷ τμήματι γωνία δίχα τμηθῇ, συναμφότεροι αἱ τὴν δεδομένην γωνίαν περιέχουσαι πλευραί, πρὸς τὴν δίχα τέμνουσαν τὴν γωνίαν λόγον ἕξουσι δεδομένον, καὶ τὸ ὑπὸ συναμφοτέρων τῶν τὴν δεδομένην γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς κατὰ ἀπολαμβανομένης ἀπὸ τῆς δίχα τεμνούσης τὴν γωνίαν πρὸς τῇ περιφερείᾳ δοθὲν ἔσται.

PROPOSITIO 94.

Si in circulum magnitudine datum, agatur recta linea, quæ segmentum aufferat, quod angulum datum comprrehendat, angulus autem qui in segmento consistit bifariam secetur, simul vtraque rectarum, quæ angulum datum comprehendunt ad lineam,

quę angulum bifariam ſecat, habebit rationem datam, & quod ſub ſimul vtriſque quæ datum angulum comprehendunt rectis, & iufernè abſciſsâ ab eâ quę angulum in circumferentia datum bifariam ſecat, rectangulum datum erit.

Εἰς γὰρ κύκλον δεδομένον τῷ μεγέθει τὸν ΑΒΓ, εὐθεῖα ἤχθω ἡ ΒΓ ἀπολαμβάνουσα τμῆμα δεχόμενον γωνίαν δοθεῖσαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τῇ ΑΔ εὐθεία, λέγω ὅτι λόγος ἐστὶ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ δοθεὶς, καὶ ὅτι δοθέν ἐστι τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ καὶ τῆς ΕΔ. ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ, καὶ ἐπεὶ εἰς κύκλον δεδομένον τῷ μεγέθει τὸν ΔΑΓ δῆκται εὐθεῖα ἡ ΒΓ ἀπολαμβάνουσα τμῆμα τὸ ΒΑΓ δεχόμενον γωνίαν δοθεῖσαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΒΓ τῷ μεγέθει, καὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ΒΔ τῷ μεγέθει, λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΒΓ πρὸς τὴν ΒΔ δοθείς. καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται τῇ ΑΔ εὐθείᾳ, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΑ πρὸς τὴν



Etenim in circulum ΑΒΓ magnitudine datum agatur recta ΒΓ, quæ ſegmentum aufferat, quod datum angulum ΒΑΓ comprehendat, & ſecetur rectâ ΑΔ angulus ΒΑΓ bifariam, Dico quòd ratio ſimul vtriuſque rectæ ΒΑΓ ad ΑΔ data eſt, & quod inſuper datum eſt id quod ſub ſimul vtraque ΒΑΓ & rectâ ΕΔ continetur: connectatur ΒΔ. Quandoquidem in circulum ΔΑΓ magnitudine datum acta eſt recta ΒΓ quæ auffert ſegmētum ΒΑΓ, quod angulum ΒΑΓ datum comprehendat, igitur *a* magnitudine data eſt recta ΒΓ, ideóque data eſt ΒΔ, a 88.
igitur ipſius ΒΓ ad ΒΔ *b* data ratio eſt. Cumque angulus ΒΑΓ rectâ ΑΔ bifariam ſectus ſit; b 1.
igitur eſt vt ΒΑ ad ΑΓ, ita ΒΕ ad ΕΓ: igitur al-

ternatim *c* est vt B A ad B E: ita
A Γ ad Γ E, igitur vt simul vtrâq;
c BAΓ ad BΓ, ita AΓ ad ΓE. Cumq;
angul⁹ BAE angulo EAΓ æqualis
sit, angulus autem A Γ E angulo *d*
d 21.3. B Δ E æqualis sit: igitur reliquus
angulus A E Γ reliquo angulo
A B Δ æqualis est: igitur æqui-
angulum est triangulum A E Γ,
triangulo A B Δ: igitur est vt
A Γ ad Γ E, ita A Δ ad B Δ sed vt
A Γ ad Γ E, ita simulvtraque B
A Γ ad B Γ: igitur vt simul vtra-
que B A Γ ad B Γ, ita A Δ ad B Δ:
igitur alternatim *e* vt simul vtra-
e 16.5. que BAΓ ad AΔ, ita BΓ ad BΔ. Est
autē ipsius B Γ ad B Δ data ratio:
igitur simul vtriusque B A Γ ad
Δ A data ratio est. Dico insuper,
quod id quod sub simul vtraque
B A Γ & Δ E datum est. Quan-
doquidem enim triangulum *
A E Γ triangulo Δ E B æquian-
gulum est: igitur *f* est vt B Δ ad
Δ E, ita A Γ ad Γ E, vt autē A Γ ad
Γ E, ita est simul vtraq; B A Γ ad
B Γ: igitur est vt simul vtraque
B A Γ ad B Γ, ita B Δ *g* ad Δ E: igi-
tur quod sub simul vtrâq; B A Γ
f 4.6. & Δ E æquale est ei, quod fit sub
g 16.6. Γ B, B Δ: quod autem sub Γ B, Δ B
* datum est: igitur & id quod
sub simul vtraque B A Γ, E Δ da-
tum est.

**Quia angulus BEΔ angulo ΔEΓ æqualis est per 15.1. Angulus autē EΔB angulo EΓA per 21.3. Igitur reliquus reliquo æqualis.*

**Quia data est vtraque rectarum ΓB, BΔ.*

AΓ οὕτως ἡ BE πρὸς τὴν EΓ, ἐναλλὰξ ἄρα ὡς ἡ AB πρὸς τὴν BE, οὕτως ἡ AΓ πρὸς τὴν ΓE, καὶ ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ BAΓ πρὸς τὴν BΓ οὕτως ἡ AΓ πρὸς τὴν ΓE. καὶ ἐπεί ἐστιν ἴση ἡ ὑπὸ BAE γωνία τῇ ὑπὸ EAΓ, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ AΓE τῇ ὑπὸ BΔE ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ AEΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ABΔ ἴση ἐστὶν, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ AEΓ τρίγωνον τῷ ABΔ τριγώνῳ. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ AΓ πρὸς τὴν ΓE οὕτως ἡ AΔ πρὸς τὴν BΔ, ἀλλ' ὡς ἡ AΓ πρὸς τὴν ΓE, οὕτως συναμφότερος ἡ BAΓ πρὸς τὴν BΓ, ἔστιν ἄρα ὡς συναμφότερος ἡ BAΓ πρὸς τὴν BΓ οὕτως ἡ AΔ πρὸς τὴν ΔB. ἐναλλὰξ ἄρα ὡς συναμφότερος ἡ BAΓ πρὸς τὴν AΔ, οὕτως ἡ BΓ πρὸς τὴν ΔB, λόγος δὲ τῆς BΓ πρὸς τὴν BΔ δοθεὶς, λόγος ἄρα καὶ συναμφοτέρου τῆς BAΓ πρὸς τὴν AΔ δοθεὶς, λέγω ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς BAΓ καὶ τῆς ΔE δοθέν ἐστι. Ἐπεὶ γὰρ ἰσογώνιόν ἐστι τὸ AEΓ τρίγωνον τῷ ΔEB τριγώνῳ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ BΔ πρὸς τὴν ΔE, οὕτως ἡ AΓ πρὸς τὴν ΓE, ὡς δὲ ἡ AΓ πρὸς τὴν ΓE, οὕτως ἐστὶ συναμφότερος ἡ BAΓ πρὸς τὴν BΓ, καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ BAΓ, πρὸς τὴν BΓ, οὕτως ἡ ΔB πρὸς τὴν ΔE, τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς BAΓ καὶ τῆς EΔ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΓB, BΔ, δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ΓB, BΔ, δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς BAΓ καὶ τῆς EΔ.

ΑΛΛΩΣ

ΑΛΛΩΣ.

Διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Ε, καὶ κείσθω τῇ ΒΓ ἴση ἡ ΓΕ καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΒ, ΒΔ, ἐπεὶ διπλῆ ἐστιν ἡ ὑπὸ τῶν ΑΓΒ ἑκατέρας τῶν ὑπὸ ΑΓΔ, ΓΕΒ ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΓΒΕ γωνία, τῇ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ τουτέστι τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν ΔΒΓ ὅλῃ τῇ ὑπὸ τῶν ΖΒΕ ἐστὶν ἴση, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τὴν ΓΕΒ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ ἐστὶν ἴση, ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΑΒ τρίγωνον τῷ ΓΔΒ τριγώνῳ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΕΑ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΔΒ, ἡ δὲ ΕΑ συναμφότερός ἐστιν ἡ ΑΓΒ, καὶ ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΑΓΒ πρὸς τὴν ΑΒ, οὕτως ἡ ΓΔ πρὸς τὴν ΒΔ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς συναμφότερος ἡ ΑΓΒ πρὸς τὴν ΓΔ, οὕτως ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, λόγος δὲ ἐστὶ τῆς ΑΒ πρὸς τὴν ΔΒ

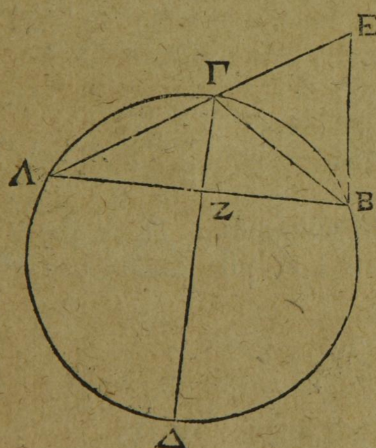
ALITER.

Producatur ΑΓ ad punctũ E, & ponatur ipsi ΒΓ æqualis ΓΕ, & connectantur ΕΒ, ΒΔ: Quandoquidem angulus ΑΓΒ vtriusq; angulorum ΑΓΔ, ΓΕΒ duplus est, * igitur angulus ΓΒΕ angulo ΑΓΔ *a* hoc est angulo ΑΒΔ *b* æqualis est, communis adiiciatur nempe angulus ΑΒΓ, igitur totus angulus ΔΒΓ toti angulo ΖΒΕ æqualis est, angulus autem ΓΑΒ, angulo ΓΔΒ æqualis est, igitur reliquus ΓΕΒ reliquo ΔΓΒ æqualis est, igitur triangulum ΕΑΒ triangulo ΓΔΒ ęquiangulum est, igitur est vt ΕΑ ad ΑΒ, ita ΓΔ ad ΒΔ, est autem recta ΕΑ simul vtraque ΒΓΑ, igitur vt simul vtraque ΒΓΑ ad ΑΒ, ita ΓΔ ad ΒΔ, & alternatim simul vtraque ΑΓΒ ad ΓΔ, ita ΑΒ ad ΒΔ, est autem ipsius ΑΒ ad ΒΔ

** angulo quidẽ ΓΒΕ per sch. 45. anguli autem ΑΓΔ quia angulus ΑΒΓ bifariã sectus est*

a 7. ax. 3

b 21. 3.



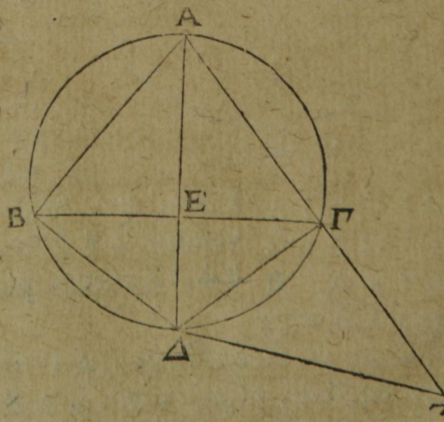
data ratio, vtraque enim earum data est, igitur ratio simul vtriusque BΓA ad ΓΔ data est: cumq; triangulũ EAB triãgulo *ZBΔ equiangulum sit, igitur est vt EA ad AB ita BΔ ad ΔZ, est autem EA simul vtraque AΓB, igitur vt simul vtraque AΓB ad AB, ita BΔ ad ΔZ, igitur quod sub simul vtrâque AΓB & ZΔ ęquale est ei, quod sub AB, BΔ: est autẽ id quod fit sub AB, BΔ datum, siquidem vtrâque rectarum AB, ΔB data est: igitur quod sub simul vtrâque AΓB & ZΔ datum est.

* quia angulus AZΓ angulo ΔZB equalis est: Angulus autem ΓAB angulo ΓΔB æqualis per 21. 3. igitur reliquus AΓΔ reliquo ABΔ æqualis est.

δοθεὶς, ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν δοθεῖσα ἐστὶ, λόγος ἄρα ἐστὶ καὶ συναμφοτέρου τῆς AΓB πρὸς τὴν ΓΔ δοθείς. καὶ ἐπεὶ ἰσογώνιόν ἐστι τὸ EAB τρίγωνον τῷ ZBΔ τριγώνῳ, ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ EA πρὸς τὴν AB, οὕτως ἡ BΔ πρὸς τὴν ΔZ, ἡ δὲ EA συναμφότερός ἐστιν ἡ AΓB, ὡς ἴἄρα συναμφότερος ἡ AΓB πρὸς τὴν AB, οὕτως ἡ BΔ πρὸς τὴν ΔZ, τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς AΓB, καὶ τῆς ZΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν AB, BΔ, δοθὲν δὲ ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν AB, BΔ, δοθεῖσα γὰρ ἑκατέρα αὐτῶν, δοθὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς AΓB καὶ τῆς ZΔ.

ALITER.

PRòducatur AΓ ad punctum Z, & fiat æqualis ΓZ ipsi BA, & connectantur BΔ, ΔZ: Quando quidem ęqualis est BA ipsi ΓZ, ipsa autẽ ΔB ipsi ΔΓ, ideo duæ AB, BΔ, duabus ΓΔ, ZΓ æquales sunt vtraque vtrique, nec non an-



*26. & 29. 3.

ΑΛΛΩΣ.

Δ Ιήχθω ἡ AΓ ἐπὶ τὸ Z, καὶ κείσθω τῇ BA ἴση ἡ ΓZ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ BΔ, ΔZ, καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν BA τῇ ΓZ, ἡ δὲ ΔB τῇ ΔΓ, δύο δὴ αἱ AB, BΔ δυσὶ ταῖς ZΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκάτερα ἑκατέρα καὶ γωνία ἡ ὑπὸ

ΑΒΔ τῇ ὑπὸ ΔΓΖ ἐστὶν ἴση, ἐπείδηπερ ἐν κύκλῳ ἐστὶ τῷ ΑΒ, ΓΔ τετράπλευρον, βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΔΖ ἐστὶν ἴση, καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΓΔΖ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΔ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΓ, δοθεῖσα δὲ ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΒΑΔ γωνία, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΔΖΓ γωνία, ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΔΑΖ γωνία δοθεῖσα, δέδοται ἄρα τὸ ΑΔΖ τρίγωνον τῷ εἴδει, λόγος ἄρα ἐστὶ τῆς ΖΑ πρὸς τὴν ΑΔ δοθείς, ἡ δὲ ΑΖ συναμφότερός ἐστι ἡ ΒΑΓ, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΓΖ τῇ ΒΑ, λόγος ἄρα ἐστὶ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ πρὸς τὴν ΑΔ δοθείς, καὶ ὁμοίως τῷ πρότερον δείξομεν ὅτι τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΒΑΓ καὶ τῆς ΕΔ δοθέν ἐστι.

gulus ΑΒΔ angulo ΔΓΖ æqualis est: † Quandoquidem *b* quadrilaterum ΑΒ, ΓΔ est in circulo, igitur *c* basis ΑΔ basi ΔΖ æqualis est. Et triangulum ΑΒΔ triangulo ΓΔΖ æquale est, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur, igitur angulus ΒΑΔ, angulo ΔΖΓ æqualis est, angulus autem ΒΑΔ datus est, igitur angulus ΔΖΓ datus est, sed & angulus ΔΑΖ datus est, igitur triangulum ΑΔΖ specie datum est, igitur data est ratio ipsius ΖΑ ad ΑΔ: est autem ΑΖ simul vtraque ΒΑΓ, quod æqualis sit ΓΖ ipsi ΒΑ, igitur simul vtriusque ΒΑΓ ad ΑΔ data ratio est, eâdem porro quâ superius ratione id quod sub vtrâque simul ΒΑΓ & ΕΔ continetur datum esse ostendemus.

b 22. 3.
c 4. 1.

† Quandoquidem anguli ΑΒΔ, ΑΓΔ duobus rectis ęquales sunt, anguli autem ΑΓΔ, ΓΔΖ duobus rectis æquales sunt, igitur ablato communi ΑΓΔ, reliquus angulus ΔΖΓ reliquo ΑΓΔ ęqualis est.

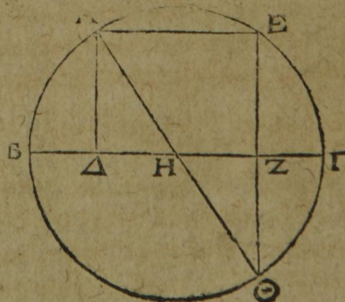
ΠΡΟΤΑΣΙΣ ϟε.

Ἐὰν κύκλου δεδομένου τῇ θέσει ἐπὶ τῆς διαμέτρου δοθὲν σημεῖον ληφθῇ, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσβληθῇ τις εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τῆς τομῆς τις πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ τῇ διαχθείσῃ, διὰ δὲ τοῦ σημείου καθ' ὃ συμβάλλει ἡ πρὸς ὀρθὰς τῇ περιφερείᾳ τοῦ κύκλου, παράλληλος ἀχθῇ τῇ διαχθείσῃ, δοθέν ἐστι τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλει παράλληλος τῇ διαμέτρῳ, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν παραλλήλων περιεχόμενον ὀρθογώνιον δοθὲν ἔσται.

PROPOSITIO 95.

Si in circuli positione dati diametro sumatur datum punctum, à puncto autem in circulum producatur quædam recta, & agatur à sectione ad rectos angulos in productam rectam linea, per punctum autem in quo linea quæ ad rectos angulos consistit occurrit circumferentiæ circuli, agatur parallela productæ rectæ, datum est illud punctum, in quo parallela occurrit ipsi diametro, & quod sub parallelis lineis comprehenditur rectangulum datum est.

Etenim in circuli positione dati diametro BΓ, accipiatur datum punctum Δ, per punctum autem Δ, producatur in circulũ recta quædã AΔ, à puncto autem A, ipsi ΔA ad angulos rectos agatur recta AE, per punctum E autem ipsi AΔ parallela agatur EZ: Dico quod punctum Z datũ est, & quod etiã rectãgulum sub AΔ, EZ comprehensum datum est. Etenim producatur recta EZ ad punctum Θ, & connectatur recta AΘ. Quandoquidem angulus ΘEA rectus est, recta ΘA est circuli ABΓ diameter, est autem &



Κύκλου γὰρ τῇ θέσει δεδομένου τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ τῆς διαμέτρου τῆς ΒΓ εἰλήφθω δοθὲν σημεῖον τὸ Δ, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσβεβλήσθω τις τυχοῦσα ἡ ΔΑ, ἀπὸ δὲ τοῦ Α τῇ ΔΑ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ ΑΕ, διὰ δὲ τοῦ Ε τῇ ΔΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΕΖ, λέγω ὅτι δοθέν ἐστι τὸ Ζ, καὶ ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΕΖ χωρίον δοθέν ἐστι. Διήχθω ἡ ΕΖ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΘ. Ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΘΕΑ γωνία, ἡ ΘΑ διάμετρός ἐστι τοῦ ΑΒΓ κύκλου, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ

ΒΓ τοῦ ΑΒΓ κύκλου διάμετρος, τὸ Η ἄρα κέντρον ἐστὶ τοῦ ΑΒΓ κύκλου, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ Η, ἔστι δὲ καὶ τὸ Δ δοθέν, δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ ΔΗ τῷ μεγέθει, καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΕΘ καὶ ἔστιν ἴση ἡ ΘΗ τῇ ΗΑ, ἴση ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ μὲν ΔΗ τῇ ΖΗ ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΖΘ, δοθεῖσα δὲ ἡ ΔΗ, δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ ΖΗ, ἀλλὰ καὶ τῇ θέσει, ἑκατέρα ἄρα τῶν ΗΖ, ΗΔ δοθεῖσά ἐστι, καὶ ἔστι δοθὲν τὸ Η, δοθὲν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ Ζ. καὶ ἐπεὶ ἐντὸς κύκλου δεδομένου τῇ θέσει τοῦ ΑΒΓ εἴληπται σημεῖον τὸ Ζ δοθέν, καὶ διῆκται ἡ ΕΖΘ, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΕΖ, ΖΘ, ἴση δὲ ἡ ΘΖ τῇ ΔΑ, δοθὲν ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔ, ΕΖ ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Β Γ diameter, igitur punctum H circuli ΑΒΓ centrum eſt, igitur datum eſt punctum H, eſt autem punctum Δ datum: igitur data eſt recta ΔH magnitudine, cumque recta A Δ parallela ſit, ipſi EΘ, & æqualis ſit ΘH ipſi HA: igitur† æqualis quidem eſt ΔH ipſi ZH, recta autem AΔ æqualis eſt ipſi ZΘ, eſt autem data ΔH. igitur data eſt ZH, ſed & poſitione vtraque rectarum HZ, HΔ data eſt, & datum eſt punctum H: igitur punctum Z datum eſt, cumque intra circulum poſitione datum ΑΒΓ acceptum ſit datum punctum Z, & acta *a* ſit EZΘ, igitur quod ſub EZ, ZΘ datum eſt. *a* 91. Æqualis autem eſt ΘZ † ipſi ΔA: igitur id quod ſub AΔ, EZ datum eſt quod oportuit demonſtrare.

Oportet aſſumptum punctum non eſſe circuli centrum; etenim ſi eſſet circuli centrum, & ab eo produceretur in circulum recta quædã, ſiue quod idem eſt, duceretur recta quæ circulum ſecaret, & ei rectæ à ſectionis puncto ad angulos rectos erigeretur linea recta, ea contingeret circulum per 16. 3. ac proinde non ſecaret, quod tamen ab Euclide requiritur.

† Quod autem ΔH ipſi ZH æqualis ſit ita oſtendemus. Quandoquidem rectæ AΔ, EΘ ſunt parallelæ ex conſtructione, & in illas incidit AΘ, angulus ΔAH *b* angulo HΘZ æqualis eſt: Sunt autem anguli ZHΘ, ΔHA *b* 29. 1. *c* æquales, igitur duo triangula ΔAH, HZΘ duos angulos duobus angulis vtrumque vtrique æquales habent, & vnum latus vni lateri æquale, *c* 15. 1. nempe latus AH lateri HΘ, igitur & reliqua latera reliquis lateribus, ſiue quod vni æqualium angulorum adiacet, ſiue quod vni æqualium angulorum *d* opponitur æqualia: igitur recta ΔH rectæ HZ æqualis eſt. *d* 26. 1.

FINIS.

Opus hoc in tuas manus vt quam emendatiſſimum prodiret, votum meum fuerat, Benigne Lector, ſed irritum, partim ob abſentiam meam, (adeſſe enim operis Typographicis aſſiduus non potui, quod neceſſarium fuiſſe euetus poſtea docuit,) partim ob operarũ ex inſolito laboris genere tædium, & ex tædio ſupinam vltra quam credi par eſt incuriam, quamobrem cum peccatum ſit, patere errorem emendari, quà poteſt, & hunc indicem æqui bonique conſule, ex quo editionis vitia, quæ maioris momenti ſunt corrigere non grauaberis, ne tibi, ſi hoc opus lecturus es difficultas inter legendum vlla poſſit occurrere.

In Præfatione Marini Philoſophi.

In Græcis.

Pag.8 l.5. κοινωνουῶνται ſcr. κοινωνοῦνται. l.10 ὀνομάτον ſcr. ὀνομάτων. l. pen. γνώριμον, ἐπὶ πλέον ſcr. γνώριμον πᾶν καὶ πόριμον, ἐπὶ πλέον. p.10.l. 17. Σερείνου ſcr. Σερήνου. p.14.l.23. ἐπιστήμης, ſcr. ἐπιστήμης.

IN DATIS

Pag.17.l.7. χωρειάτε, ſcr. χωρίατε, καὶ γραμμαί. p.18.l.21. & p.9.l.14. προστεθέντος, ſcr. προστεθέντος. p.21.l.7. Ἐστω, ſcr. ἔστω, quod ita vſus obtineat, quanquam priorem accentum tueantur multi mſ. codice, itaque quibuſcumque in locis occurret corrigatur. pag. 26. lin. 5. ΑΓ, ſcr. ΑΒ. l.16. ΑΒ ſcr. ΑΓ. l.18 ΔΕ ſcr. ΔΖ. p.33. l. 8. ΒΕ ſcr. ΓΕ. l.23. καὶ ſcr. καὶ λοιποῦ. l.27. & 29. ΔΓ ſcr. ΔΕ. p.35 l.5. ΑΒ ſcr ΑΔ. l.17. ΑΒ τοῦ ΔΓ, ſcr. ΔΓ τοῦ ΑΒ. l.27. ΑΓ ſcr. ΔΓ. p.37 l.29. ΖΒ, ſcr. ΖΓ. p.39. l.27 ΑΒ ſcr. ΗΒ. p.47. l.21. ἔχοντα ſcr ἔχοντα πρὸς ἄλληλα. p.51. l. vlt. ἀπὸ ſcr. ἀπὸ τῆς. p.55. l.17 διαμένουσης ſcr. διαμενούσης. p.57. l.18. ἐστὶ, ſcr. ἐστὶν ἡ. p.65. l.9. ΔΗ ſcr. ΒΗ. p.66. l.17. ΕΘ ſcr. ΕΘ, τῇ θέσει καὶ τῷ μεγέθει. p.70. l. 2 Ζ ſcr. Ζ τῇ ΔΓ. p.74. l.10. & 11 ΜΝ ſcr. ΜΛ. l.10. & 12. ΜΛ ſc. ΜΝ. p.80. l.17 ΑΓ ſcr. ΒΓ. p.82. l.10. Ε ſcr Ζ p.102 l.4. ΛΚ, ΚΖ ſcr ΗΛ, ΗΖ. l.23. ΕΖ ſcr. ΕΗ. p.103 l.14. ΓΔ ſcr. ΓΛ. p.104. l.2. ΑΓ ſcr ΑΒ. l.15. δοθείς ſcr. δοθείς τῷ δὲ ΛΗ ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΘ. καὶ τοῦ ΕΒ ἄρα πρὸς τὸ ΑΘ λόγος ἐστὶ δοθείς. ὥστε. p.106. l.29. ΓΒ ſcr. ΙΒ. p.108. l. 8. αὐξηθῇ ſcr. αὐξηθῇ, καὶ μειωθῇ. p.117. l.22. ΒΔ ſcr. ΑΔ. p.120. l.1. ὑπὸ

183

ſcr. ἀπὸ. l.27.ΕΔ ſcr ΓΔ. p 121. δὲ ſcr. δὲ τοῦ. p.123.l.9.ΓΔ ſcr.ΓΕ. p.127.l.19.ΕΖ ſcr ΓΖ. p.128.l.7.ΑΓΔ ſcr. ΑΓΔ ἀμφοτέρα ἄρα τῶν ΑΔΓ, ΑΓΔ γωνιῶν δοθεισῶν ἐστι. p.129. l.36.ΒΕ ſcr. ΓΕ. p.132. l. 23. ΕΗ ſcr. ΒΗ. p.133.l.30.Κ ſcr.Μ. p.134.l.1.τοῦ Κ ſcr. τοῦ Μ. l.23.ΑΒ ſcr.ΓΒ. p.142.l.10. ΓΔ ſcr. ΑΒ. p.143.l.10.& 25. ΓΜ ſcr. ΓΛ. p. 144.l.11. ΓΗ ſcr. ΖΗ. l.27. δοθείς ſcr. δοθείς. τὸ δὲ ΕΗ τῷ ΓΜ ἴσον ἐστι. l.30.ΓΚ ſcr. ΓΝ. p.145.l.4. dele τῆς δὲ ΓΜ. p.152. l.14. ΒΑΓ ſcr. ΒΓΑ. p. 153.l.vlt.dele τοῦ ἀπὸ. l.eâd. τὸ ſcr. τὴν. p.154 l,17.ΖΚ ſcr.ΖΗ p.156.l.2. δοθεὶς ἐπεὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία, τοῦ ἄρα Δ χωρίου πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑ, ΑΒ λόγος ἐστὶ δοθείς. l 15. ΑΓ ſcr. ΒΓ. p.157 l.23. τὴν ſcr. τὴν Δ. l.34. ΔΕ ſcr. ΔΖ. p.158.l.29.Γ ſcr. Δ. l. 31.Δ. ſcr. Γ. p.159.l.23. αὐτῶν ſcr. αὐτῶν ΑΒΓ. p.159.l.9.& 25. ἀνάλογον, ſcr. ὡς ἔτυχεν. l.27 dele Δ. p.160.l.pen. ΑΓ, ſcr. ΒΓ p.162. l.2.ΕΒΓ ſcr. ΕΔΓ. l.4.ΑΒ, ΒΓ ſcr. ΕΔ, ΔΓ. l.25.ΑΒΓ, l.ΕΔΓ. p.166.l.2.ΒΓ ſcr.ΒΔ. l.12.ΒΔ, ſcr. ΓΔ. l.20. δοθεὶς λόγος ἄρα συναμφοτέρου τῆς ΒΓΔ πρὸς τὴν ΒΔ. p.171.l.18, ΑΒΓ ſcr. ΑΒΕ. &c.

In Latinis Marini.

Pag.7.l.27.ratione ſcr. ratione ea. l. pen. & ſcr. ex. P. 7.l.11. conſtitutæ, ſcr conſtitutio. P.8.l.15.& ea quæ, ſcr. quod ea. l.18. definitâ, ſcr. definitâ & effabili.l.pen. tamen ſcr. igitur. P.16.l.6. demonſtrandi ſcr. docendi.

EVCLIDIS.

Pag. 19.l. 21. ΑΒ, ſcr. ΔΒ. l.23. ΑΒ ſcr. ΔΒ. l.33. acta ſcr. pro tracta. P. 20.l.2. idem ſcr. æquale. l.27.dele, magnitudinum. P.25.l.16. ΔΕ, ſcr. ΔΖ. P.27.l.6. ΑΓ ad ΑΒ, ſcr. ΑΒ ad ΒΓ. l.10. ΑΓ ſcr. ΑΒ. P.31.l.20. data ratio ſcr. data ratio eſt, & data eſt ΕΒ cum ΒΑ, quod tota ΑΕ data ſit. P.33.l.vlt. ΕΔ ſcr. ΕΔ data. P.35.l.5. ΑΒ ſcr ΑΔ. l.22. ΑΓ ſcr. ΔΓ. P.39. l.24. ΑΒ ſcr. ΗΒ. P.45.l.15 dele mata. P.50.l.7.dele crucem, & ſcholium quod ad illam pertinet omitte, quia prorſus inutile, poſt Græci textus correctionem adiecta vnâ ſyllaba, legebatur enim ὡς, at ſi legatur ὥστε omnia plena ſunt, ideoque linea 11. quemadmodum ſcr. quamobrem. P.55. l. 22. rectæ ſcr. lineæ. P.54.l.6. rectis ſcr. lineis. P.63. l.22. ΕΓΖ ſcr. ΕΖΓ. P.65.l.25. ΒΔ, ſcr. ΒΘ. P.66.l.32. ΒΓ. ſcr. ΔΓ. P.72. l.78.& 29. deleantur hæc verba quæ aliunde irrepſerunt, & alternatim vt ΞΗ ad ΞΜ, ita ΗΖ ad ΜΝ. l.36. ΝΜ ſcr. ΛΜ. l. 37. & 38. deleantur hæc verba & alternatim vt ΞΗ ad ΞΜ, ita ΗΕ ad ΜΛ. l.38. ΞΜ. ſcr. ΗΕ, eâd. ΗΕ ſcr. ΞΜ. P.37.l.1.deleantur vt ΓΞ

ad ΛΜ, ita HZ ad MN, & alternatim. P.74.l.19.EZ. ſcr. HZ. P.16.l. pen. ΓΒΔ ſcr. ΓΒΑ. P.77.l.19. ΒΖ ſcr. ΔΖ. P.80.l.6.dele Ε. P.83.l.21. ΓΑ ſcr. ΒΑ.l.22.ΒΑΔ ſcr. ΒΑΓ.l.29.ΒΑ ſcr. ΒΓ ead.l. ΒΓ ſcr. ΒΑ. P.87.l.12 ΒΑΓ, ſcr. ΒΔΓ. P.91.l.22. dele ratio, eadem pag. circa finem Græca Latinis non omnino conſonant, in vtriſque tamen ſenſus eſt integer. P 94.l. pen. ſcr. à datâ. P.99.l.20. MN igitur vtrumque ſpecie datum eſt. l.29. data eſt, ſcr. data eſt. Igitur ratio ipſius Ξ ad N data eſt. P 102.l.4. ΛΚ ΚΖ ſcr. ΗΚ, ΚΖ. l.30. ΖΓ ſcr. ΖΝ. P.106.l.28 ΔΕ ſcr. ΖΕ. P.111.l. pen. dele ex æquo. P.112.l.28. ΑΒ ſcr. ΖΔ. P.117.l.1. ΑΓ ſcr. ΒΓ. l.19. ΒΔ ſcr. ΑΔ.l.29 quadratum, ſcr. quadrata. P.118.l.9. ΒΓ. ſcr. ΑΓ. P.119.l.30 ΔΕ ſcr. ΔΓ. P.120.l.6. ΔΕ ſcr. ΓΕ. P.124.l.12. ΑΓΕ ſcr ΑΓΔ. l.22. quod, ſcr. quod ſub. P.127.l.20. ΕΖ ſcr. ΓΖ. P.128.l.20. triangulo, ſcr. triangulis, P 133.l.17. Μ ſcr. Μ, & data Λ.l.24. ΕΛ, ſcr. ΕΗ. P.134. l.1 Κ, ſcr. Μ. l.18. datum angulum, ſcr. datos angulos. P.136.l.21. dele rationem. l. vlt. dele ita, P.139. l.18. dele, data ratio. P.143.l.9. & 24. ΓΜ ſcr. ΓΛ. P.145 l.21. ΓΛ. ſcr. ΓΚ. P.147.l.38. ΒΑΔ. ſcr. ΑΒΔ. P.150.l.5. æquale eſt, ſcr. æquale eſt. Igitur ipſius ΓΔ ad ΕΚ data ratio eſt, Cumque ΖΗ ipſi ΕΚ æquale ſit, &c. P.151. l.25. ΗΛΗ ſcr. ΘΛΗ. P 152.l.23. ΔΒΓ ſcr. ΓΔΒ. l. 25. componendo ſcr. per. 24.5. P.153. l.11. ΒΑ ſcr. ΒΓ. l. pen. ratio eſt. Igitur & eius quod ſub ΒΓ, ΑΕ ad quadratum rectæ ΒΓ data ratio eſt. l. vlt. dele, quadratum, l. eâdem dele, quadratum. P.154.l.1. rectæ ſcr. ad rectam. In marginalibus dele, quamobrem per. 50. & ſequentia vt prorſus inutilia. P.159.l.15. & 24. proportionali ſcr. vtcumque. l.27. dele Δ. P.192.l.1. angulo, ſcr. angulo ΕΔΓ. P.164.l.1, dele id. l. 30. ΓΒ, ſcr. ΒΔ. P.166 l.13. ΒΔ ſcr. ΓΔ. l. eadem ΒΘ, ſcr. ΒΔ. l.18. ΒΑ, ΑΔ, ſcr. ΒΓ, ΓΔ. P.167.l.6. ΒΑ, ſcr. igitur ΒΑ. P.168. ΓΕΑ, ſcr. ΓΑΕ. P.179.l.27. ΔΖΓ, ſcr. ΔΓΖ. l. eâd. ΑΓΔ, ſcr. ΑΒΔ. P.181.l.18. ΖΘ, ſcr. ΕΖΘ, &c. quæ per te facile emendabis.

In Diagrammatibus.

Pag. 28. litteram Ε melius pinge. P.54. litteram Δ omiſſam pinge. P.88. linea ΔΕ biſecetur, & punctum biſectionis notetur litterâ Λ. P. 89. omiſſa figura quæ diuerſa non eſt à figura pag. 87. P.95. & 112. pingatur Α pro Λ. P.177. ducatur linea ΒΔ omiſſa à ſculptore.

In citationibus marginalibus.

P. 30.31.33. citatur 18.5. pro 6. huius. P.33. cit. 4.5. pro 1. huius, & 19.5. pro 6. h. P.31. cor 19.5. pro 5. hu. P.34. cit. 17.5. pro 5. hu. P.38. bis 43. 36. cit. 18.5. pro 12. 5. P. 49. cit. 4. pro 8. P.65. cit. 26. pro 25. P.69. citetur 18. & 6. P.156. citatur 22. pro 6. &c.

